Grepen uit de geschiedenis van de wiskunde

Grepen uit de geschiedenis van de wiskunde

A.W. Grootendorst

VSSD

Eerste druk 1988-2006

Uitgegeven door:
VSSD
Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands
tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl
internet: http://www.vssd.nl/hlf
URL over dit boek: **http://www.vssd.nl/hlf/a011.htm**

Printed in The Netherlands.

ISBN 978-90-407-1273-9
NUR 918
Trefwoorden: wiskunde, geschiedenis

Ten geleide

Dit werkje pretendeert niet meer dan de titel in het uitzicht stelt: een aantal grepen uit de geschiedenis van de wiskunde. Dit impliceert uiteraard een zekere mate van willekeur. Het gaat inderdaad om een aantal – veelal reeds eerder gepubliceerde – artikelen die onderling weinig of geen samenhang vertonen, onderwerpen die elk op eigen wijze op de weg van de schrijver kwamen, hetzij bij eigen studie, hetzij bij de voorbereiding van een college, hetzij ook aangedragen door anderen. Zo zijn de inleiding en het artikel over Wantzel ontstaan uit voordrachten, gehouden op verzoek van de "Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars". De keuze van Wantzel werd geïnspireerd door nieuwsgierigheid die gewekt was door een voetnoot in het meesterwerk van Morris Kline: "Mathematical Thought from Ancient to Modern Times". De beide opstellen over de Griekse Wiskunde zijn uitgewerkte collegevoordrachten. Het artikel over Adalbold ontstond naar aanleiding van een verzoek van een collega die werkte aan een woordenboek van het middeleeuws Latijn en die wilde weten welke woorden in deze brief niet in het klassieke Latijn voorkwamen. De vertaling van de brief van van Heuraet ontstond doordat de schrijver dezes eens een stukje wiskunde uit het Latijn wilde vertalen. Daaruit resulteerde weer het artikel over Hudde. Het overzicht over het leven en de werken van Euler werd geschreven op verzoek van de redactie van het tijdschrift "Wiskunde en Onderwijs" in het kader van de Eulerherdenking in 1983.

Een belangrijke inspiratiebron werd steeds gevormd door de studenten aan wie de schrijver zijn verhalen "kwijt kon", hetzij ingevlochten in een college, hetzij ook tijdens een toevallige ontmoeting op de gang, in de lift, tijdens een koffiepauze. Vooral aan hen mijn dank.

Veel dank ook aan een aantal collegae die steeds weer bereid waren conceptversies of drukproeven kritisch te bezien of ook maar gewoon mij aan te horen. Van hen noem ik Prof.drs. D. Eckhart, Dr. E. Glas, Dr. J.A. van Maanen,

Mevr.Ir. Y. v.d. Munnik en Prof.dr. C. de Vroedt. M.b.t. de praktische uitvoering veel dank aan Mevr. Dori Steeneken die er steeds voor zorgde dat er een goed concept kon worden ingeleverd. Een bijzondere plaats in het geheel wordt ingenomen door de heer J.E. Schievink, de uitgever, met wie het zo prettig samenwerken was tijdens de voorbereiding van dit werkje.

Gaarne spreekt de auteur de wens uit dat de lezer dit boekje met evenveel genoegen leest als waarmee de schrijver het geschreven heeft. Een schrijver die zich aanbevolen houdt voor opbouwende kritiek.

’s-Gravenhage, juli 1988 A.W. Grootendorst

Inhoud

TEN GELEIDE 5

1. INLEIDING 9
Verschenen onder de titel: “De Geschiedenis van de Wiskunde en het Onderwijs in de Wiskunde”, in: Wiskunde en Onderwijs 8e jrg., 1982,
nr. 30, pp. 287–306.

2. HET OMGAAN MET GETALLEN IN DE OUDHEID 29
Verschenen onder de titel: “Enkele aspecten van het omgaan met getallen in de Oudheid”, in: Feestbundel S.H.B.D., Delft, juni 1987, pp. 39–59.

3. OVER DE GEOMETRISCHE ALGEBRA VAN DE GRIEKEN EN DE OORSPRONG VAN DE WOORDEN PARABOOL, ELLIPS EN HYPERBOOL 49

4. BRIEF VAN ADALBOLDUS, BISSCHOP VAN UTRECHT AAN PAUS SILVESTER II (999–1003) 65

5. DE TWEEDE BRIEF VAN JOHANNES HUDDE 77
Verschenen onder de titel: “Johan Hudde’s Epistola Secunda de Maximis et Minimis”, in: Nieuw Archief voor Wiskunde, vierde serie, deel 5, no. 3, november 1987, pp. 303–334.

6. BRIEF VAN HENRICUS VAN HEURAET OVER DE RECTIFICATIE VAN KROMMEN 107
Dit artikel is in essentie een artikel dat geschreven is in samenwerking met Dr. J.A. van Maanen, onder de titel: “Van Heuraet’s Letter (1659) on the Rectification of Curves. Text, Translation, (English, Dutch), Commentary”, in: Nieuw Archief voor Wiskunde, derde serie, deel XXX, no. 1, maart 1982, pp. 95–113.

7. LEONHARD EULER, 15 APRIL 1707–18 SEPTEMBER 1783 123
Dit artikel verscheen in: Wiskunde en Onderwijs, 9e jrg., 1983, nr. 36, pp. 467–486.

8. EEN BEKEND PROBLEEM, OPGELOST DOOR EEN ONBEKEND WISKUNDIGE 143
Dit artikel verscheen in: “Euclides”, 58e jaargang, 1982/1983, no. 1, augustus/september, pp. 17–28.

INDEX VAN EIGENNAMEN 155

Inleiding

De wiskunde zelf[*]

a. Wat had men voor met wiskunde?

De *Papyrus Rhind*, toegeschreven aan Ahmes, daterend uit 1800 v.Chr., opgekocht door A.H. Rhind in Luxor en geschonken aan het Brits Museum, kondigt veelbelovend aan dat zij bevat:
'Een volledig en grondig onderzoek van alle dingen, inzicht in al het zijnde, kennis van alle geheimen'.
Het blijkt echter een aantal *rekenvoorschriften, loonberekeningen* en *voorraadberekeningen* te zijn.[†]
Het is dan boeiend om na te gaan hoe, met veel vallen en opstaan – en onderbrekingen – de wiskunde in zijn verdere ontwikkeling allerlei stadia heeft doorlopen. Hier volgen er enkele:
De Griekse periode met zijn strenge, deductieve bewijsvoering. De stagnatie van de wiskunde in het avondland gedurende de *vroege Middeleeuwen*, hoewel juist in het Westen veel origineel werk uit het Arabisch in het Latijn werd vertaald.
De *Late Middeleeuwen* en de *Renaissance*, waarin de algebra (inclusief de notatie d.m.v. letters) en de leer van de perspectiviteit opbloeiden.
De *17e eeuw* met als hoogtepunt de differentiaal- en integraalrekening, de analytische meetkunde en de kansrekening, maar ook met de logaritmen en de opkomst van de projectieve meetkunde uit de wiskundige behandeling van de leer van de perspectiviteit; in deze eeuw vormde de hemelmechanica een grote bron van inspiratie, de methoden kan men omschrijven als 'heuristisch'.
De *18e eeuw* die de ontwikkeling laat zien van de analyse uit de differentiaal- en

[*] Zie literatuur nrs. 1, 6, 8, 13, 19, 20, 22, 27, 29, 34 en 35.

[†] Zie literatuur nr. 37.

integraalrekening; veel inspiratie haalt men dan uit de natuur- en scheikunde.
In de daarop volgende *19e eeuw* trok een veelheid van nieuwe gebieden de aandacht: groepentheorie, functietheorie, getallentheorie, niet-euclidische meet-kunde, meerdimensionale meetkunde, intuïtieve verzamelingenleer; axiomatische methoden komen op ($\varepsilon - \delta$), men bezint zich op het verleden, maar vindt – ook met strengere methoden – oude resultaten bevestigd.
Onze *20e eeuw* tenslotte zet in met abstractie, generalisatie en uniformisatie. De toepassingsgebieden breiden zich snel uit, de vraag naar de maatschappelijke relevantie van de wiskunde dringt zich naar voren.

b. Bestand en ontwikkeling van wiskundige theorieën.*

Hiermee is zeker niet bedoeld een dorre opsomming van het bestand van wiskundige theorieën, hoewel men ook dan al zou kunnen opmerken dat het niet alleen gaat om een *aangroeiïng* van de hoeveelheid stellingen, maar vooral om een *substitutie* door dieper inzicht.
In zijn voortreffelijke boek *Fermat's Last Theorem, a genetic introduction to Algebraic Number Theory* propageert H.M. Edwards de *genetische* methode en plaatst die tegenover de *historische*† .
De genetische methode is daarbij die welke de stellingen verklaart in termen van hun ontwikkelingen. Hij zegt daarbij: in de *historische* methode is geen plaats voor gedetailleerde beschrijvingen van de theorie, tenzij onmisbaar voor het begrijpen van de gebeurtenissen. In de *genetische* methode is geen plaats voor de bestu-dering van de gebeurtenissen tenzij van belang voor het begrip van het onderwerp.
Mijns inziens zou er plaats voor beide moeten zijn, vooral ook indien men daarbij tevens aandacht zou schenken aan mislukte pogingen en bovenal aan de redenen waarom men bepaalde vragen stelde.
Wat het eerste betreft noem ik een uitspraak van N.G. de Bruijn in het voorwoord van zijn boek *Asymptotic Methods in Analysis*, waar hij zich verzet tegen een kant-en-klare presentatie van de stof, maar daarbij verzucht: ‘a mathematican cannot possibly publish his waste-paper basket’. Wat het tweede betreft: het is boeiend te zien hoe een bepaald probleem bij nadere bestudering anders gefor-muleerd moest worden en tenslotte een geheel ander karakter bleek te bezitten. Men zou kunnen zeggen: het graven naar de schat (de oplossing) maakt de akker vruchtbaar.
Gelukkig verschijnen er tegenwoordig steeds meer boeken die de theorie op deze wijze in historisch perspectief aanbieden.

* Zie literatuur nrs. 12, 17, 18 en 24.

† Zie literatuur nr. 12.

Van deze verandering in de probleemstelling worden hier enkele voorbeelden gegeven.

i. Het oplossen van hogere-machtsvergelijkingen.[*]

Sinds de Babyloniërs kon men reeds een tweede-graadsvergelijking oplossen. Omstreeks 1500 na Chr. losten Scipio del Ferro (1465-1526), Tartaglia (1499-1557), Cardano (1501-1576) en Ferrari (1522-1561) derde-graadsvergelijkingen op, de laatste slaagde er zelfs in de wortels van een vierde-graadsvergelijking te bepalen. Dan komt men een hele tijd niet verder totdat Galois (1811-1832) in het begin van de 19e eeuw, voortbouwend op het werk van Lagrange (1736-1813) de algemene vraag beantwoordt welke vergelijkingen wel en welke niet oplosbaar zijn 'd.m.v. wortelvormen'. Hij kon dit doen door het probleem vanuit een geheel nieuw gezichtspunt te bezien, nl. dat van de permutatiegroepen.

In de twintigste eeuw wordt het probleem in de school van Hilbert (1862-1943) nog weer geheel anders gezien, nl. als het veel algemenere probleem van de automorfismengroep van een lichaam. Het is dan Artin (1898-1962) die de zgn. hoofdstelling van de Galoistheorie op een geheel nieuwe manier bewijst en wel met behulp van de groepenkarakters en de representatietheorie, waarbij de oorspronkelijke vergelijking zelfs geen rol meer speelt! Men heeft hier een zeer duidelijk voorbeeld van een theorie die vanuit het stadium waarin de vraag naar de *berekening* van bepaalde grootheden centraal stond, via een proces van abstractie ontwikkelde tot een *gegeneraliseerde, unificerende* theorie. Deze stadia konden slechts bereikt worden door een verandering in de vraagstelling, d.w.z. door een herformulering van het probleem, waartoe men geleid werd doordat men een vertrouwde situatie eens geheel anders is gaan bezien. Uit dit proces wordt nu een klein detail gelicht ter illustratie.

We gaan daarbij uit van de vierkantsvergelijking:

$$x^2 + ax + b = 0.$$

Voor de wortels geldt:

$$x_1 + x_2 = -a \text{ en } x_1 - x_2 = \sqrt{D}\text{, waarbij } D = a^2 - 4b.$$

Lagrange nu zag in de uitdrukkingen $x_1 + x_2$ en $x_1 - x_2$ als essentieel verschil dat de eerste invariant is onder *alle* permutaties van x_1 en x_2, terwijl de tweede niet al deze permutaties toelaat, maar slechts invariant is onder een deelgroep van deze permutaties (i.c. slechts de identiteit) en onder de twee permutaties van x_1 en x_2 twee waarden aanneemt die voldoen aan een tweede-graadsvergelijking met als coëfficienten $x_1 + x_2$ en de coëfficienten van de gegeven vergelijking, immers stelt

[*]Zie literatuur nr. 16, 38 en 39.

men $x_1 - x_2 = v$, dan geldt:

$$v^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4b.$$

Uit deze binomiaalvergelijking is v eenvoudig te berekenen. Tenslotte zijn dan x_1 en x_2 te berekenen uit de twee *lineaire* vergelijkingen $x_1 + x_2 = -a$ en $x_1 - x_2 = v$.
Op analoge wijze kan men dan de derde-graadsvergelijking $x^3 + px + q = 0$ behandelen. Hier is de vorm $x_1 + x_2 + x_3$ invariant onder de permutaties van de symmetrische groep S_3. Indien men onder ω een wortel verstaat van de vergelijking $t^2 + t + 1 = 0$, dan blijkt de vorm $(x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3)^3$ onder de permutaties van S_3 twee verschillende waarden aan te nemen nl.

$$(x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3)^3$$

en

$$(x_1 + \omega^2 x_2 + \omega x_3)^3.$$

Deze blijken dan te voldoen aan de tweede-graadsvergelijking

$$y^2 + qy - \frac{p^3}{27} = 0.$$

Met behulp van de wortels y_1 en y_2 van deze laatste vergelijking vindt men dan, bij passende keuze van $\sqrt[3]{y_1}$ en $\sqrt[3]{y_2}$, de waarden van x_1, x_2 en x_3 uit de drie *lineaire* vergelijkingen:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 &= \sqrt[3]{y_1} \\ x_1 + \omega^2 x_2 + \omega x_3 &= \sqrt[3]{y_2}\,. \end{aligned}$$

Op analoge wijze behandelde Lagrange de vierde-graadsvergelijking; tevergeefs waren uiteraard zijn inspanningen om zo ook de vijfde-graadsvergelijking aan te pakken! Voor het inzicht daarin was het genie van Galois nodig, maar in feite had Lagrange de kern geraakt, immers de situatie bij de vierkantsvergelijking laat zich aldus karakteriseren:
$x_1 + x_2$ is invariant onder S_2; $x_1 - x_2$ is invariant onder de normaaldeler $\{e\}$ van S_2, terwijl de factorgroep $S_2/\{e\}$ cyclisch is en dat is nu juist de situatie waarover de hoofdstelling van de Galoistheorie een uitspraak doet!

ii. Het vermoeden van Fermat en de theorie van de algebraïsche getallen [12, 32, 33].
Het vermoeden van Fermat (1601–1665) is wel bekend. Gevraagd wordt alle drietallen (x, y, z) gehele getallen $(x, y, z \neq 0)$ te bepalen die voldoen aan de vergelijking $x^n + y^n = z^n$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$).