Taal en Tal

bij

Spinoza, Mannoury, Beth

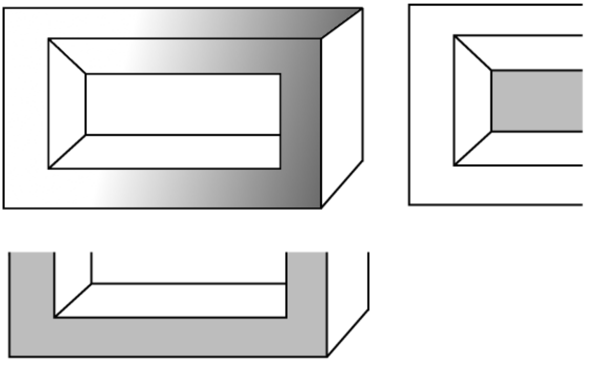
“Gods’ verstand en de door hem begrepen zaken zijn één en hetzelfde.” Spinoza, Ethica, Deel 2, stelling 7, opmerking.

Taal en Tal

bij

Spinoza, Mannoury, Beth

Godfried Kruijtzer



“Taalfouten in de kennis van de natuur”.
(Tekening door Ariane, vrij naar Escher)

Aan: Keete, Govert, Ariane

DUP Blue Print

Ook van Godfried Kruijtzer en gepubliceerd door de VSSD:

Een rechte staaf wordt gebogen, 2000 / 84 p. / ISBN 90-71301-66-4 /
zie http://www.vssd.nl/hlf/f010.htm

Een idee van constructiemechanica, 2004 / 225 p. / ISBN 90-407-2478-4 /
zie http://www.vssd.nl/hlf/f014.htm

The vertical motion of foundations and pontoons, 49 p., / ISBN 90-71301-64-8
zie http://www.vssd.nl/hlf/f016.htm

Verschenen bij Architectura + Natura:

Ruimte en getal, 1999. ISBN 90-7157-086-x. Over Dom van der Laan, het plastische getal en het gulden snedegetal.

Eerste druk 2003, herdruk 2004

Eerste druk 2003, herdruk 2004-2006
Een uitgave van
VSSD
Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands
tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl
internet: http://www.vssd.nl/hlf
URL over dit boek: http://www.vssd.nl/hlf/a016.htm

ISBN 90-407-2409-1
NUR 918
Trefw: taal, wiskunde, Spinoza, Mannoury, Beth

Voorwoord

Dit boekje is bedoeld als een korte inleiding tot het samenspel tussen enerzijds de gewone spreektaal en de dagelijkse ervaring en anderzijds de wiskunde of het deductief redeneren en onderscheiden, waarop de vermeerdering van kennis is gebaseerd. De inhoud van dit boekje is ontleend aan de vermelde litteratuur met hier en daar een klein eigen ideetje.

De kunstmatige fysieke inrichting van de samenleving is gestoeld op de resultaten die zijn geboekt op het terrein van de wis- en natuurkunde. De instandhouding van de inrichting behoeft mensen die wiskunde en natuurkunde willen studeren.
Het kan opvallen dat er nogal wat mensen zijn die met een zekere trots verklaren niets van wis- of natuurkunde te begrijpen, en dat sommige beoefenaren van de zuivere wiskunde met een zekere dédain neerkijken op de beoefenaren van de toegepaste wiskunde. Beide attituden zijn niet te begrijpen daar het wiskundig denken zich van het denken in het algemeen door geen enkel specifiek kenmerk onderscheidt. Het zich bekwamen in welk vak dan ook vereist verbeeldingskracht, concentratievermogen en kritische zin. Een studierichting waarin deze “productiefactoren” niet nodig blijken, kan beter worden afgeschaft.
Dit boekje is geen wiskundeboek en ook geen taalboek. Er worden slechts enige voorbeelden van problemen gegeven, waarmee men zich sinds mensenheugenis bezighoudt en nu nog bezighoudt, zoals de verhoudingen lichaam/geest en waarneming/theorie.
De Spinozaprijs wordt wel eens aangeduid als Nederlands equivalent van de Nobelprijs. In dit opzicht ligt het mede voor hand dat aan het werk en de ideeën van Spinoza in dit boekje zo veel aandacht wordt gegeven. Spinoza spreekt van “taalfouten in onze kennis van de natuur”.

Mijn dank gaat uit naar de wiskundigen J. Aarts en B. Braaksma. de socioloog, rechtsfilosoof en huidige voorzitter van de Vereniging Het Spinozahuis C.J.M. Schuijt en de taalkundigen C. Schouten en D. Schouten-Schilder voor het maken van deskundige opmerkingen, die steeds tot verbetering leidden, en naar J. Schievink, die met onverflauwde inzet toeschoot met redactionele en grafische ondersteuning.

Godfried Kruijtzer
Voorburg, januari 2003

Woorden tussen haakjes, (.....), zijn verduidelijkingen; woorden tussen rechte haken, [.....], zijn verduidelijkende toevoegingen.

De auteur publiceerde op de terreinen van de wiskunde, (niet-lineaire) constructiemechanica, dynamica van funderingen en grondwaterstroming.

Inhoud

1 Eerste begrippen en onderstellingen

Begrip en onderstelling

In elk vak van studie gaat men uit van zogeheten eerste begrippen, die ook wel grondbegrippen of primitieve begrippen (primus = eerste) worden genoemd. Het zijn begrippen, waarvan op grond van gemeenschappelijke ervaring èn uitwisseling van gedachten wordt verondersteld dat ze waargenomen verschijnselen kunnen kenmerken òf dingen kunnen verwoorden die men in gedachten heeft. En dit zonder dat men die begrippen kan omschrijven en op andere begrippen kan terugvoeren.

Voorbeeld. In de meetkunde zijn de begrippen ‘punt’, ‘lijn’ en ‘vlak’ eerste begrippen. In de uitspraak: ‘Door twee punten gaat precies één rechte lijn’, staan ook de eerste begrippen ‘gaat door’, ‘precies’, ‘één’, ‘twee’ en ‘rechte lijn’.
In de rekenkunde zijn de begrippen ‘verzameling van objecten’ en ‘natuurlijk getal’ grondbegrippen. In de uitspraak: ‘Er bestaat een verzameling van natuurlijke getallen’, is ook ‘er bestaat’ een eerste begrip. In de natuurkunde zijn de begrippen ‘stof’ (materie), ‘massa’, ‘lading’, ‘lengte’ en ‘tijd’ grondbegrippen. ❑

Eerste begrippen worden onderscheiden in eerste dingen (objecten) en eerste betrekkingen (relaties).

Voorbeeld. In de uitspraak: ‘Door twee punten gaat precies één rechte lijn’, zijn ‘punt’ en ‘rechte lijn’ eerste dingen, en is ‘gaat door’ een eerste betrekking. In de uitspraak ‘het natuurlijk getal 2 is de opvolger van het natuurlijk getal 1’ is het begrip ‘opvolger’ een grondbetrekking. ❑

Elk vak kent ook zijn eerste stellingen (grondstellingen of axioma’s). Dit zijn uitspraken of beweringen, die men in beginsel als juist beschouwt: ze vormen de grondslag voor verdere discussie of experiment. Grondstellingen worden niet zo maar uit de lucht gegrepen: ze berusten zowel op de ervaring die gedurende vele generaties is opgedaan als op scheppende gedachten.
De grondstellingen worden uitgedrukt in eerste objecten en eerste betrekkingen. De grondstellingen van een bepaald vak worden binnen dat vak als ware uitspraken beschouwd. Beweringen die men kan afleiden uit de grondstellingen noemt men stellingen. Het geven van een afleiding heet bewijzen.

Afleidende theorie

Het samenstel van grondbegrippen en grondstellingen noemt men een theorie. Een theorie die zich leent voor gevolgtrekkingen heet een afleidende theorie. Wanneer een theorie steunt op een andere theorie, vormen beide samen één theorie.
De gedachte van een afleidende theorie is afkomstig van de Griek Aristoteles van Stagira (384-322 v.C.). Hét voorbeeld van een afleidende theorie is de theorie van de meetkunde, rond 300 v.C. ontworpen door de Griek Euclides van Alexandria. Euclides hield zijn grondstellingen zonder meer voor waar. Naderhand is echter gebleken dat bedoelde grondstellingen – bijvoorbeeld die over de evenwijdigheid van rechte lijnen – alleen waar zijn binnen de door hem opgestelde theorie. Er bestaat een verschil tussen het Oud-Griekse en het hedendaagse denken over de afleidende theorie. De Grieken dachten dat hun grondstellingen de werkelijkheid weergaven, terwijl men nu zegt dat de grondstellingen waar zijn binnen het gekozen model van de werkelijkheid.
De hedendaagse opvatting over de wijze waarop een afleidende theorie gebaseerd dient te zijn, is in gang gezet door de Italiaan G. Peano (1858-1932) en de Duitser David Hilbert (1862-1943). In de periode rond 1900 is er op het terrein van de wis- en natuurkunde enorm veel gebeurd. In de negentiende eeuw kwamen de Chinees-Babilonische traditie van het rekenen en de Griekse traditie van het bewijzen bij elkaar.

opgave 1.1

a. Definieer een cirkel en ga na welke eerste begrippen hierbij moeten worden gebruikt.
b. Definieer een parallellogram met behulp van het eerste begrip evenwijdigheid van lijnen.
c. Bestaan er op een bol rechte lijnen, en zo ja, zijn deze dan evenwijdig? (Een recht lijnstuk is de kortste verbinding tussen twee punten).

Consistentie en volledigheid

De Euclidische meetkunde is een zeer bijzondere theorie. Er wordt verondersteld dat deze theorie die in het begin van de twintigste eeuw pas precies werd geaxiomatiseerd, consistent en volledig is. Consistent wil zeggen dat de afgeleide stellingen binnen de theorie niet met elkaar in tegenspraak zijn. Volledig wil zeggen dat iedere uitspraak kan worden bewezen of weerlegd binnen de theorie. Alfred Tarski (1902-1983) bewees in 1938 dat er in het geval van de Euclidische meetkunde een methode bestaat met behulp waarvan men kan laten zien dat iedere stelling van deze meetkunde formeel bewijsbaar is. De methode staat toe uit te maken, of een

gegeven meetkundige bewering al dan niet een stelling van de Euclidische meetkunde is (Beth (3), p. 49). Dit betekent dat elke stelling binnen deze meetkunde door een computer kan worden geleverd en daarmede gerechtvaardigd is (zie o.a Davis en Hersch, p. 380 en NRC-Handelsblad, 8 september 2002, p. 41).
Bij de ontwikkeling van de rekenkunde is gebleken dat de rekenkunde niet volledig is, dat wil zeggen: “Alle consistente axiomatische formuleringen van de getaltheorie bevatten onbeslisbare proposities” (Hofstadter, p. 20, de eerste stelling van Gödel en Penrose, p.99). Bovendien bewees Gödel dat de consistentie plus niet-consistentie van de rekenkunde binnen deze rekenkunde niet bewijsbaar is (de tweede stelling van Gödel). Deze tweede stelling impliceert de eerste (van Dalen, p.60). Deze stellingen van Kurt Gödel (1906-1978) bezitten een algemeen karakter, dat wil zeggen dat deze ook gelden voor andere theorieën zoals de theorie van de verzamelingen. Gödel toonde aldus aan dat er in de wiskunde geen methode bestaat met behulp waarvan men kan laten zien dat een bewering formeel bewijsbaar is. Echter, Tarski bewees dat in het speciale geval van de Euclidische meetkunde zulk een methode wel bestaat, daar hij vond dat voor een gegeven meetkundige bewering is uit te maken, of deze al dan niet een stelling is van de Euclidische meetkunde. Tarski’s resultaat strekt zich niet uit tot de gevolgtrekkingen uit de axioma’s van deze meetkunde die de continuïteitseigenschappen van de Euclidische ruimte vastleggen (Beth (3), p.49).
De ontdekkingen door Gödel hebben de wiskundige wereld geschokt. De bewijzen van de stellingen van Gödel zijn moeilijk. De eerste stelling of onvolledigheidsstelling hangt samen met het optreden van paradoxen en contradicties (antimonieën) in de betreffende theorieën. Deze paradoxen en contradicties waren aan de Oude Grieken deels reeds bekend. De oudst bekende paradox is die van Epimenides, een ziener op Kreta en uitvinder van de ploeg. Deze bewoner van Kreta deed de uitspraak: “Alle mensen van Kreta zijn leugenaars”. Anders gezegd, zegt iemand: “Ik lieg”, dan kan een hoorder niet uitmaken of die iemand òf liegt òf niet liegt. Gödel bootste deze zin na door in de taal van de rekenkunde een formule te construeren die wordt geïnterpreteerd als: “Ik ben niet bewijsbaar”. Deze formule blijkt niet bewijsbaar te zijn in de rekenkunde (van Dalen, p. 58 e.v.). In paragraaf 3 “Onderscheiden” wordt hierop nader ingegaan.

Meetkunde

Natuurlijke en kunstmatige bouwsels vertonen meetkundige structuren, welke deze bouwsels in allerlei opzichten optimaliseren, bijvoorbeeld qua ruimte, mechanica, informatica enzovoorts. Het onderkennen hiervan vereist kennis van meetkunde.

Het onderwijs in de meetkunde heeft op zijn minst een vierledig nut. In de eerste plaats mogelijke verwerving van kennis van de meetkunde. In de tweede plaats is de Euclidische meetkunde zeer geschikt bij het leren ‘hoe men iets bewijst’. In dit opzicht is ook de groepentheorie zeer geschikt. In de derde plaats verbetert het leren van het bewijzen het verstand en het inzicht (intuïtie). In de vierde plaats biedt de bewijsbaarheid van iedere stelling de mogelijkheid de bewijsvoering uit te voeren met een rekentuigelijk programma waardoor tegelijkertijd kennis van de informatica kan worden opgedaan.

In het voorbereidend wetenschappelijk onderwijs is het vak meetkunde teruggebracht tot het bekijken van gekleurde plaatjes waardoor naast dyslexie ook kleurenblindheid een handicap is.

opgave 1.2

Bewijs dat van een driehoek

a. de drie bisectrices door één punt gaan (elk punt van de bisectrice ligt evenver af van de zijden wier hoek door midden wordt gedeeld);

b. de drie middelloodlijnen door één punt gaan (denk aan de omgeschreven cirkel);

c. de drie hoogtelijnen door één punt gaan (breid de driehoek aan drie kanten met zichzelf uit en gebruik de vorige stelling);

d. de zwaartelijnen door één punt gaan (denk aan gelijkvormigheid).

e. neem de volgorde b d a c.

Deze stellingen vragen verschillende bewijzen, verschillend zowel qua redenering als qua te gebruiken begrippen: getallen, uitbreidingen, cirkels, gelijkheden, afstanden en verhoudingen (Krol).

2 Taal

Mannoury

In het dagelijks leven, de techniek, het recht en in de wetenschap speelt taal een hoofdrol. Bij een 'taaldaad' (bijvoorbeeld een bewering, een formule, of een voorschrift), behoort een 'spreker' en een 'hoorder'. Een taaldaad ontstaat bij de spreker en veroorzaakt bij de hoorder een al dan niet bedoelde betekenis. Zegt iemand bijvoorbeeld 'Deze kamer is groot', dan is deze uitspraak zowel het gevolg van de ervaring (herinnering) 'kamer en groot' van de spreker als de oorzaak van een reactie bij de hoorder, die zijn eigen ervaring 'kamer en groot' bezit.
De Nederlandse wiskundige G. Mannoury (1867–1956) heeft een ontleding gemaakt van de spreekbetekenis van de taal. Het bijzondere van zijn theorie is, dat men leert begrijpen waarom bepaalde begrippen niet te begrijpen zijn. Bijvoorbeeld de uitspraak 'twee evenwijdige lijnen snijden elkaar op het oneindige' is nauwelijks te begrijpen omdat men het begrip oneindig niet kan aanschouwen. Het belang van Mannoury's theorie is dat men daaruit kan leren hoe men problemen moet stellen.

De "significa" (Beth (2), p. 305) bestudeert de verstandhoudingsmiddelen van levende wezens, in het bijzonder van de mens. De "taaldaad" (bijvoorbeeld een uitroep, een formule, een verkeerslicht) wordt beschouwd als *gevolg* van een bepaalde psychische, resp. physiologische, dispositie bij de "spreker" en als *oorzaak* van een (door de "spreker" al of niet bedoelde) psychische reactie bij de "hoorder". De significa beschouwt de taaldaad als een middel waarmee levende wezens het gedrag van hun lotgenoten (al of niet doelbewust) beïnvloeden. De woorden van een spreker (schrijver) veroorzaken lichamelijke aandoeningen bij een hoorder (lezer) die deze aandoeningen, al luisterende (lezende), in zijn geest zal uitdrukken. De woorden van een spreker roepen bij de hoorder gedachten op, maar geven niet de gedachten van de spreker weer (zie naar Spinoza: Klever (1), p. 196).
In de spreekbetekenis van de taal onderscheidt Mannoury begrippen die een aanwijzende (onderscheidende) en begrippen die een emotionele betekenis bezitten.

Voorbeelden. Wanneer iemand zegt 'de ene stok is langer dan de andere', dan heeft deze uitspraak een aanwijzende betekenis: het