

# ***Inleiding Landmeetkunde***



# ***Inleiding Landmeetkunde***

J.E. Alberda

J.B. Ebbinge

© **Delft Academic Press**

Eerste druk 1978

Zevende druk **2003-2013**

Uitgegeven door Delft Academic Press (VSSD Uitgeverij)

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, e-mail: [hlf@vssd.nl](mailto:hlf@vssd.nl)

<http://www.vssd.nl/hlf>

Dit boek: <http://www.vssd.nl/hlf/landmeet.html>

De uitgever stelt aan docenten die dit boek in cursusverband gebruiken, desgewenst de collectie digitale illustraties ter beschikking. Een verzoek kan ingediend worden bij [hlf@vssd.nl](mailto:hlf@vssd.nl)

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveel-voudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder vooraf-gaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

*All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.*

ISBN 97890-4072-387-2

NUR 930, 950

Trefw.: landmeetkunde

## ***Voorwoord bij de zevende druk***

---

De eerste druk verscheen in 1978. In het voorwoord van die eerste druk is aangegeven op welke gebruikers het boek zich richt. Deze oriëntatie is in deze nieuwe editie niet wezenlijk veranderd, maar de geodesie inclusief de landmeetkunde heeft in die 25 jaar wél een enorme ontwikkeling doorgemaakt.

In de opeenvolgende edities is getracht deze ontwikkeling op het beoogde niveau van het boek te schetsen. Verouderende en verouderde technieken zijn daarbij slechts mondjesmaat geschrapt omdat die voor het begrip van belang kunnen zijn en incidenteel een oplossing kunnen bieden voor wie niet over de modernste apparatuur beschikt.

Nu een nieuwe druk nodig werd en de eerste ondergetekende door persoonlijke omstandigheden onvoldoende aandacht aan de noodzakelijke herziening kon besteden, werd J.B. Ebbinge bereid gevonden het redactionele werk over te nemen.

In de zevende editie van Inleiding Landmeetkunde is de nadruk gelegd op de beschrijving van de inwinningstechnieken die in de landmeetkunde werden en worden gebruikt en op de technische verwerking van de ingewonnen gegevens. De omvang van het boek kon enigszins worden teruggebracht door samenvoeging van enkele kleine hoofdstukken en door weglating van enkele onderwerpen, zoals de behandeling van enkele intussen verouderde methodes van meten en berekenen, alsmede gedetailleerde beschouwingen over nog nauwelijks in gebruik zijnde instrumenten. Verder noemen wij:

- de afleiding van de correcties die op afstanden en richtingen moeten worden aangebracht bij de stereografische projectie;
- het hoofdstuk over bogen (hoofdstuk 27 in de 6e druk), dat te specialistisch werd geacht;
- het hoofdstuk over het kadaster en landinrichting (hoofdstuk 31 in de 6e druk), dat niet zozeer een landmeetkundig karakter als wel een administratief en procedureel karakter had en dat eerder behoort tot het omvangrijke vakgebied van de geo-informatie.

Gebruikers die deze en andere weggelaten teksten toch tot hun beschikking willen hebben, kunnen de bestanden ophalen van webstek <http://www.vssd.nl/hlf/landmeet.html>.

Bij de herziening van de behandeling van de fotogrammetrie werd dankbaar gebruik gemaakt van de collegedictaten van prof.dr.ir. M.G. Vosselman en de adviezen van ir. F. van den Heuvel. Dr.ir. C.D. de Jong nam de herziening van het hoofdstuk over Hydrografie voor zijn rekening.

Onze dank gaat uit naar hen en naar de vele anderen die aan eerdere drukken hebben bijgedragen.

Delft, mei 2003  
Assen, mei 2003

J.E. Alberda  
J.B. Ebbinge

## **Voorwoord bij de eerste druk**

---

Dit boek is gegroeid uit het collegedictaat van het vak Inleiding landmeetkunde, bestemd voor studenten in de Mijnbouwkunde aan de Technische Hogeschool Delft. Bij contacten met collega's die voor civiele en bouwkundige studenten de landmeetkunde doceren aan verschillende Hogere Technische Scholen, bleek dat na een zekere bewerking en uitbreiding van dit dictaat een boek zou kunnen ontstaan dat ook voor deze categorie van nut zou kunnen zijn. Uit deze voorgeschiedenis blijkt dat het boek vooral bedoeld is om gebruikt te worden bij de opleiding van T.H.- of H.T.S.-ingenieurs die de landmeetkunde weliswaar niet permanent als hoofdbezigheid hebben, maar toch, hetzij incidenteel hetzij regelmatig, geroepen kunnen worden het vak praktisch te beoefenen. Ook als zij zelf zelden metingen of berekeningen verrichten, zullen zij in ieder geval landmeetkundig werk van anderen moeten benutten en beoordelen.

Hoewel een zekere wiskundige en natuurkundige voorkennis ondersteld wordt, is de behandeling elementair, en afgesteld op de praktijk. Toch is getracht het kader vrij breed te houden door een aantal onderwerpen die niet bepaald tot het eenvoudige handwerk behoren schetsmatig te behandelen. Het is nu eenmaal moeilijk, vast te stellen waar de algemeen vereiste vakkennis ophoudt en het specialisme begint. Dit geldt voor de te behandelen vakonderwerpen en toepassingsgebieden zoals die tot uitdrukking komen in de hoofdstuktitels, maar ook voor de diepgang van de behandeling. Bij de keuze van onderwerpen is er van uitgegaan dat verschillende gebruikers in het buitenland zullen gaan werken en zich moeten kunnen oriënteren over zaken die in Nederland geen grote rol spelen of uitsluitend door specialisten worden behandeld. Voor verdere studie worden aan het eind van ieder hoofdstuk literatuurverwijzingen gegeven, die overigens geen aanspraak kunnen maken op volledigheid en zeker vatbaar zijn voor verbetering.

Landmeten is een vak dat men niet alleen uit een boek kan leren: de studie moet gepaard gaan met een aantal praktische oefeningen en toelichtingen. Omdat de student dan toch in natura kennis maakt met allerlei instrumenten, zijn er daarvan maar weinig in hun geheel afgebeeld. Verder ligt de nadruk op hoofdzaken en principes, daarom is bij de behandeling van de diverse onderwerpen meestal niet ver in details getreden. De docent zal altijd een wezenlijke functie bij de presentatie, selectie en aanvulling van de stof moeten vervullen. Overigens kon door uiteenlopende gebruikseisen niet een zeer uniform niveau van detaillering worden gehandhaafd.

Aan het eind van ieder hoofdstuk zijn enkele vragen opgenomen waarmee de lezer zijn kennis kan toetsen. Gehoopt wordt dat dit kan helpen bij het overbruggen van de kloof tussen het passief begrijpen wat men leest en het actief beheersen van de stof.

Een van de grootste moeilijkheden van het presenteren van een samengesteld vak als de landmeetkunde is de indeling van de stof. Men kan op verschillende manieren tot een logische indeling komen, maar, ook al omdat inconsequenties niet zijn te vermijden, behoeft een logische indeling niet het meest praktisch te zijn. Hier is in de eerste plaats gestreefd naar overzichtelijkheid; de bij de groepering en de volgorde van de verschillende onderwerpen gedane keuzen zullen ongetwijfeld hun bezwaren hebben, maar in de volgorde van behandeling is elke docent uiteraard vrij.

De eerste oplage verscheen om praktische redenen in twee delen; tegelijk met het gereedkomen van het tweede deel wordt nu het boek ook in de definitieve vorm in één band uitgegeven.

De schrijver is aan velen dank verschuldigd. Ing. H.C. Pouls heeft veel medewerking verleend aan het oorspronkelijke collegedictaat, waarbij eveneens gebruik werd gemaakt van practicumhandleidingen van ir. Th.W. Harmsen en de heer D. Kleinendorst. Deze uitgave zou niet tot stand zijn gekomen als de eerder genoemde H.T.S.-docenten het idee niet

hadden gesteund. De groep bestond uit de heren ir. G.H. te Kronnie, ir. H.C.M. Luijten, K. Mantel c.i., ir. K. van der Molen, ir. F. Prak, ing. W. Roeffaer en ir. C. Roos. Hun wensen en hun raad zijn van veel belang geweest voor de opzet van het boek, hoewel er soms van werd afgeweken, hetzij door beperking, hetzij door uitbreiding van onderwerpen. Naast de hieronder te noemen bijdragen heeft de groep veel opbouwende kritiek op het manuscript geleverd. Bij de behandeling van de vele en sterk gespreide onderwerpen was de hulp van deze en andere deskundige collega's onmisbaar, een hulp die in verscheidene gevallen neerkomt op mede-auteurschap omdat door enkele collega's volledige bijdragen werden geleverd die alleen een redactionele bewerking door ondergetekende hebben ondergaan. In de eerste plaats moet hier worden genoemd ir. C. Roos, die de hoofdstukken 25 (oppervlakte- en inhoudsbepalingen) en 26 (bogen) heeft geschreven. Het gedeelte over poolplanimeters in hoofdstuk 25 is echter ontleend aan een publicatie van de hand van de heer N.D. Haasbroek, die hiervoor zijn vriendelijke toestemming gaf. Ir. Roos schreef ook grote gedeelten van hoofdstuk 27 (maatvoering van projecten) en 30 (over o.a. het gebruik van kadastrale gegevens bij de voorbereiding van projecten en over ruilverkaveling). Ir. G.H. te Kronnie heeft paragraaf 27.2 (algemene beginselen bij de maatvoering) geschreven. Voor andere delen van hoofdstuk 27 en voor hoofdstuk 29 (hydrografische metingen) kon gebruik worden gemaakt van schriftelijke bijdragen van zijn hand, terwijl zijn raad evenals die van ir. Roos van groot belang is geweest voor het werk als geheel. Ir. J.C. de Munck heeft toestemming gegeven een publicatie van zijn hand te gebruiken voor paragraaf 7.8 (lasers) en veel steun verleend bij de gedeelten over optica, elektronische afstandmeting, barometrische hoogtemeting en hydrografische metingen. Bij de opzet is mede gebruik gemaakt van publicaties of manuscripten van dr.ir. G.H. Ligterink (fotogrammetrie), ir. K. van der Molen (ruilverkaveling), dr.ir. C. de Jong (hydrografische metingen) en ir. F. Prak (kadaster). De figuren zijn verzorgd door de heer M.G.G.J. Jutte. Hierbij wil ik allen die hun medewerking hebben verleend van harte danken. Het spreekt vanzelf dat eventuele gebreken van dit boek niet voor hun rekening komen maar voor die van ondergetekende. Naast de reeds genoemden zijn velen bereid gevonden, delen van het manuscript te lezen die op hun speciale terrein van deskundigheid liggen, en daarop kritiek te leveren. Het is ondoenlijk hen allen hier met name te noemen zonder het gevaar te lopen iemand te vergeten. Daarom wil ik hen gezamenlijk hartelijk danken voor de vele opmerkingen en voorstellen, die tot belangrijke aanvullingen en verbeteringen hebben geleid. Zeer welkom zijn op- en aanmerkingen van gebruikers die kunnen leiden tot verbetering van dit hulpmiddel bij het onderwijs in de landmeetkunde.

Delft, september 1978

J.E. Alberda

# Inhoud

|   |   |    |
|---|---|----|
|   | Voorwoord                                   | 5  |
| 1 | ENIGE GRONDBEGRIPPEN VAN DE GEODESIE        | 13 |
|   | 1.1. Geodesie en landmeetkunde              | 13 |
|   | 1.2. Vorm van de aarde                      | 14 |
|   | 1.3. Situatie en hoogte                     | 15 |
|   | 1.4. Kaartprojecties                        | 18 |
|   | Literatuur                                  | 24 |
|   | Toets uw kennis                             | 25 |
| 2 | OVERZICHT VAN METHODEN. LANDELIJKE STELSELS | 26 |
|   | 2.1. Methoden van puntsbepaling             | 26 |
|   | 2.2. Methoden van hoogtemeting              | 30 |
|   | 2.3. Methoden van detailmeting              | 32 |
|   | 2.4. Satelliet plaatsbepaling               | 33 |
|   | 2.5. Inertiële plaatsbepaling               | 34 |
|   | 2.6. Fotogrammetrie                         | 35 |
|   | 2.7. Landelijke stelsels                    | 36 |
|   | 2.8. Markering (verzekering) van punten     | 41 |
|   | 2.9. Signalen                               | 43 |
|   | 2.10. Baken                                 | 44 |
|   | Literatuur                                  | 46 |
|   | Toets uw kennis                             | 46 |
| 3 | UITVOEREN VAN BEREKENINGEN                  | 48 |
|   | 3.1. Maateenheden                           | 48 |
|   | 3.2. Meetdocumenten                         | 51 |
|   | 3.3. Praktisch rekenen                      | 52 |
|   | 3.4. Plaatsbepaling in een plat vlak        | 54 |
|   | 3.5. De gelijkvormigheidstransformatie      | 58 |
|   | Literatuur                                  | 62 |
|   | Toets uw kennis                             | 62 |
| 4 | ENKELE ASPECTEN VAN DE WAARNEMINGSREKENING  | 64 |
|   | 4.1. Wiskundige modellen                    | 64 |
|   | 4.2. Definitie van meten; meetschalen       | 66 |
|   | 4.3. Het karakter van meetuitkomsten        | 67 |
|   | 4.4. Precisie                               | 71 |
|   | 4.5. Systematische afwijkingen              | 74 |
|   | 4.6. Nauwkeurigheid                         | 75 |
|   | 4.7. Controle                               | 77 |
|   | 4.8. Vereffening                            | 79 |
|   | 4.9. Opzet van metingen                     | 79 |
|   | Literatuur                                  | 81 |



|   |  |     |
|---|--|-----|
|   | Toets uw kennis  | 81  |
| 5 | NATUURKUNDIGE EN ALGEMENE INSTRUMENTELE<br>ONDERWERPEN                     | 83  |
|   | 5.1. Het menselijk oog. Lenzen en kijkers                                  | 83  |
|   | 5.2. Richtkijker en afstanddraden  | 87  |
|   | 5.3. Hoekspiegel en -prisma  | 90  |
|   | 5.4. Planparallele plaat   | 92  |
|   | 5.5. Nonius  | 93  |
|   | 5.6. Niveaus   | 94  |
|   | 5.7. Lasers  | 97  |
|   | 5.8. De atmosfeer  | 100 |
|   | Literatuur   | 103 |
|   | Toets uw kennis  | 103 |
| 6 | WATERPASINSTRUMENTEN   | 105 |
|   | 6.1. Principe van een waterpasinstrument                                   | 105 |
|   | 6.2. Reversieniveau  | 109 |
|   | 6.3. Voorzieningen voor het waarnemen van het niveau en de<br>baakaflezing | 110 |
|   | 6.4. Automatische waterpasinstrumenten                                     | 112 |
|   | 6.5. Digitale waterpasinstrumenten   | 116 |
|   | 6.6. Algemene gegevens over waterpasinstrumenten                           | 117 |
|   | Literatuur   | 118 |
|   | Toets uw kennis  | 118 |
| 7 | UITVOERING VAN WATERPASSINGEN  | 120 |
|   | 7.1. Doorgaande waterpassing   | 120 |
|   | 7.2. Fouten bij de doorgaande waterpassing en remedies daartegen           | 121 |
|   | 7.3. Waterpasformulier, berekening en resumptie                            | 124 |
|   | 7.4. Vereffening van waterpassingen  | 127 |
|   | 7.5. Profiel- en vlaktewaterpassing  | 128 |
|   | Literatuur   | 133 |
|   | Toets uw kennis  | 133 |
| 8 | DE THEODOLIET  | 135 |
|   | 8.1. Principe en algemene constructie                                      | 135 |
|   | 8.2. Instrumentele fouten en hun eliminatie                                | 138 |
|   | 8.3. Technische uitvoering van theodolieten                                | 144 |
|   | 8.4. Algemene gegevens over theodolieten                                   | 149 |
|   | Literatuur   | 151 |
|   | Toets uw kennis  | 151 |
| 9 | OVERIGE INSTRUMENTEN VOOR HOEK- EN RICHTINGSMETING                         | 153 |
|   | 9.1. Azimuts; meridiaanconvergentie  | 153 |
|   | 9.2. Gyrotheodolieten  | 157 |
|   | 9.3. Boussole-instrumenten   | 159 |
|   | 9.4. De sextant  | 162 |
|   | Literatuur   | 165 |
|   | Toets uw kennis  | 165 |

---

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 10 | AFSTANDMETING  | 167 |
|    | 10.1. Algemeen   | 167 |
|    | 10.2. Mechanische methoden                               | 169 |
|    | 10.3. Optische afstandmeting                             | 175 |
|    | 10.4. Elektronische afstandmeting                        | 179 |
|    | Literatuur   | 192 |
|    | Toets uw kennis  | 192 |
| 11 | SATELLIET- EN INERTIËLE PLAATSBEPALING                   | 194 |
|    | 11.1. Plaatsbepaling met radiosatellieten                | 195 |
|    | 11.2. Inertiële plaatsbepaling                           | 212 |
|    | Literatuur   | 215 |
|    | Toets uw kennis  | 216 |
| 12 | UITVOERING VAN HOEK- EN RICHTINGSMETINGEN                | 218 |
|    | 12.1. Algemene beschouwing                               | 218 |
|    | 12.2. Richtingsmeting volgens Bessel                     | 220 |
|    | 12.3. Hoekmeting; repetitiemethode                       | 224 |
|    | 12.4. Excentrische opstelling                            | 225 |
|    | Literatuur   | 227 |
|    | Toets uw kennis  | 228 |
| 13 | OVERIGE METHODEN VAN HOOGTEMETING                        | 229 |
|    | 13.1. Trigonometrische hoogtemeting                      | 229 |
|    | 13.2. Barometrische hoogtemeting                         | 235 |
|    | 13.3. Hydrostatische waterpassing                        | 244 |
|    | Literatuur   | 245 |
|    | Toets uw kennis  | 245 |
| 14 | OPZET VAN EEN MEETKUNDIGE GRONDSLAG                      | 247 |
|    | 14.1. Factoren die van belang zijn voor de opzet         | 247 |
|    | 14.2. De nauwkeurigheid van coördinaten in een grondslag | 249 |
|    | 14.3. Bekende punten                                     | 251 |
|    | 14.4. Enkele aanwijzingen voor de puntsbepaling          | 252 |
|    | 14.5. Terreinverkenning; uitvoering van metingen         | 254 |
|    | Literatuur   | 255 |
|    | Toets uw kennis  | 255 |
| 15 | ENKELE PUNTSBEPALING; MEETLIJNBEREKENINGEN               | 257 |
|    | 15.1. Voorwaartse en zijwaartse insnijding               | 257 |
|    | 15.2. Achterwaartse insnijding                           | 262 |
|    | 15.3. Insnijding door afstandmeting                      | 265 |
|    | 15.4. Meetlijnberoeeningen                               | 267 |
|    | Literatuur   | 271 |
|    | Toets uw kennis  | 271 |
| 16 | VEELHOEKSMETING  | 273 |
|    | 16.1. Methode en gebruik van veelhoeken                  | 273 |
|    | 16.2. Berekening van een volledig aangesloten veelhoek   | 276 |
|    | 16.3. Opsporen van fouten; schaalafwijking               | 278 |
|    | 16.4. Invloed van centreerafwijkingen                    | 280 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 16.5.  | Verhouding van de nauwkeurigheid van hoek- en afstandmeting              | 281 |
| 16.6.  | Praktijkvoorbeeld: berekening van kaarthoeken en een eenvoudige veelhoek | 282 |
| 16.7.  | Driehoeksmeting  | 285 |
| 16.8.  | Bijzondere constructies  | 287 |
|        | Toets uw kennis  | 288 |
| 17     | DETAILMETING MET MEETBAND EN HOEKPRISMA                                  | 289 |
| 17.1.  | Doel en algemene opzet van een detailmeting                              | 289 |
| 17.2.  | Benodigdheden  | 290 |
| 17.3.  | Meetlijnenstelsel  | 291 |
| 17.4.  | Veldwerk; uitvoering van de meting                                       | 293 |
| 17.5.  | Het uitbakenen van rechte lijnen met jalons                              | 295 |
| 17.6.  | Het uitzetten van rechte lijnen met een theodoliet                       | 297 |
| 17.7.  | Lasers   | 299 |
|        | Literatuur   | 299 |
|        | Toets uw kennis  | 299 |
| 18     | TACHYMETRIE (DETAILMETING VOLGENS DE POOLCOÖRDINATENMETHODE)             | 303 |
| 18.1.  | Algemeen   | 303 |
| 18.2.  | Veldtachymetrie  | 305 |
| 18.3.  | Nauwkeurige tachymetrie  | 311 |
| 18.4.  | Bepaling van de afstanden door verticale hoekmeting                      | 316 |
|        | Literatuur   | 316 |
|        | Toets uw kennis  | 317 |
| 19     | BEGINSELEN VAN DE FOTOGRAMMETRIE   | 318 |
| 19.1.  | Inleiding  | 318 |
| 19.2.  | Camera en foto   | 320 |
| 19.3.  | Opneming   | 324 |
| 19.4.  | Foto's van vlak terrein; ontschrinking                                   | 326 |
| 19.5.  | Stereoscopie   | 331 |
| 19.6.  | Hoogtebepaling met de parallaxmeter                                      | 334 |
| 19.7.  | Stereo-uitwerkingsinstrumenten   | 337 |
| 19.8.  | Fotogrammetrische puntsbepaling  | 348 |
| 19.9.  | Terrestrische fotogrammetrie   | 353 |
| 19.10. | Foto-interpretatie   | 355 |
|        | Literatuur   | 357 |
|        | Toets uw kennis  | 358 |
| 20     | KARTOGRAFIE  | 360 |
| 20.1.  | Overzicht van de kartografie   | 360 |
| 20.2.  | Kaarttekenen   | 366 |
| 20.3.  | Automatisering in de kartografie   | 371 |
|        | Literatuur   | 374 |
|        | Toets uw kennis  | 375 |
| 21     | OPPERVLAKTE- EN INHOUDSBEPALINGEN  | 377 |
| 21.1.  | Oppervlaktebepalingen  | 377 |

|   |     |
|---|-----|
| 21.2. Inhoudsberekeningen   | 384 |
| Literatuur  | 387 |
| Toets uw kennis   | 387 |
| 22 MAATVOERING IN PROJECTEN   | 389 |
| 22.1. Inleiding   | 389 |
| 22.2. Algemene beginselen bij de maatvoering  | 391 |
| 22.3. Apparatuur en hulpmiddelen  | 394 |
| 22.4. Diverse uitzetwerkzaamheden   | 397 |
| 22.5. Matenplan en uitzetstaat  | 400 |
| 22.6. Loden   | 401 |
| 22.7. Roterende lasers  | 411 |
| Literatuur  | 416 |
| Toets uw kennis   | 417 |
| 23 ONDERGRONDSE METINGEN  | 419 |
| 23.1. Algemeen  | 419 |
| 23.2. Hoogtemeting  | 422 |
| 23.3. Relatie tussen het ondergrondse en het bovengrondse stelsel voor de<br>situatiemeting | 425 |
| 23.4. Schachtlodging  | 426 |
| 23.5. Het overbrengen van de oriëntering  | 429 |
| 23.6. Uitzetwerkzaamheden   | 434 |
| 23.7. Detailmeting  | 441 |
| Literatuur  | 444 |
| Toets uw kennis   | 445 |
| 24 HYDROGRAFISCHE METINGEN  | 447 |
| 24.1. Algemeen  | 447 |
| 24.2. Plaatsbepaling met eenvoudige middelen  | 448 |
| 24.3. Elektronische plaatsbepalingssystemen   | 454 |
| 24.4. Dieptemetingen en akoestische systemen  | 462 |
| Literatuur  | 474 |
| Toets uw kennis   | 476 |
| REGISTER  | 478 |

# 1 Enige grondbegrippen van de geodesie

***Samenvatting.** Een korte begripsomschrijving van geodesie en landmeetkunde wordt gegeven. De vorm van de aarde wordt bepaald door de zwaartekracht; bij de beschrijving van die vorm worden de begrippen niveau, vlak en geoïde ingevoerd. Verder komen ter sprake loodlijnen en de begrippen horizontaal vlak en verticaal. De vorm en afmetingen van de aarde, lijkend op een omwentelingsellipsoïde, worden besproken, en daarna de vraag in hoeverre men stukken van het aardoppervlak als plat mag beschouwen. De aardkromming en de speciale rol van de zwaartekracht zijn er oorzaak van dat de situatiemeting en de hoogtemeting in de landmeetkunde meestal gescheiden worden behandeld.*

*Wanneer grote stukken van het aardoppervlak moeten worden opgemeten en samenhangend afgebeeld, kan men de ‘bolvorm’ niet verwaarlozen. De afbeelding op een plat vlak kan niet zonder vervorming plaatsvinden, maar men kan de afbeeldingsmethode zó kiezen dat zij zo goed mogelijk aan bepaalde doelstellingen beantwoordt. Ingevoerd worden de begrippen vergroting, conformiteit (hoekgetrouwheid) en equivalentie (oppervlaktegetrouwheid). Enkele voorbeelden van kaartprojecties worden gegeven..*

## 1.1. Geodesie en landmeetkunde

---

De geodesie is de wetenschap die zich bezig houdt met de bepaling van de vorm van de aarde en van delen van het aardoppervlak. Deze omschrijving heeft slechts betrekking op een deel van het vakgebied, dat is de meetkundige beschrijving van de aarde en van stukken land of zee. De naam geodesie wordt ook in ruimere zin gebruikt voor een beroepsgebied dat zich uitstrekt van enerzijds de geofysica tot anderzijds bijvoorbeeld de maatvoering van technische projecten en de administratie van grondeigendom.

De landmeetkunde is globaal dat deel van de geodesie dat betrekking heeft op de meetkundige beschrijving van stukken land die voor wat betreft de situatiemeting (plattegrond) als vlak kunnen worden beschouwd, d.w.z. waarbij de aardkromming kan worden verwaarloosd, hetgeen voor gebieden tot ca.  $50 \times 50 \text{ km}^2$  in de regel toelaatbaar is. De delen van de geodesie waarbij o.a. wegens de aardkromming meer ingewikkelde wiskundige beschouwingen gebruikt worden vat men wel samen onder de naam ‘hogere geodesie’, waartegenover de landmeetkunde wel ‘lagere geodesie’ heet. Opgemerkt moet worden dat met het Engelse *geodesy* en het Franse *géodésie* uitsluitend de hogere geodesie wordt bedoeld. Wij zullen ons in dit boek bezig houden met de ‘vlakke’ landmeetkunde, maar

het is nodig eerst enkele begrippen te introduceren die samenhangen met de ‘bolvorm’ van de aarde.

## 1.2. Vorm van de aarde

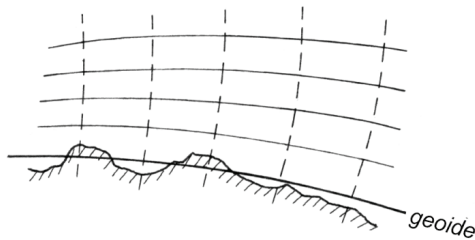
De aarde is een onregelmatig lichaam met bergen en dalen, zeeën enz. Wij kunnen de vorm het gemakkelijkst beschrijven door een minder onregelmatig lichaam als grondvorm te nemen en de oneffenheden daarop gesuperponeerd te denken; dit is hetgeen wij doen als wij spreken van hoogten boven zeeniveau. Men kan zich nu de zeeën en oceanen in rust voorstellen, zonder invloed van eb en vloed, wind, verschillen in temperatuur of zoutgehalte, enz., en het zo ontstane gladde oppervlak als grondvorm voor de aarde nemen. Dit oppervlak kan men zich onder de continenten voortgezet denken.

Het zo ontstane oppervlak noemt men de *geoïde* en dit bedenkfel kan men de ‘vorm van de aarde’ noemen waarop het zichtbare reliëf van de aarde gesuperponeerd is.

Wat is nu het kenmerkende van zo’n wateroppervlak in rust?

Het stelt zich zo in dat het loodrecht op de *zwaartekracht* staat. De zwaartekracht is de resultante van de aantrekkingskracht van de aardmassa en de middelpuntvliedende kracht ten gevolge van de aardrotatie. De richting ervan is gemakkelijk aan te geven: het is de richting waarin een schietlood hangt. De lijn die de richting van de zwaartekracht in een bepaald punt aangeeft heet de *verticaal* in dat punt. De krachtlijnen van het zwaartekrachtveld (vergelijk de krachtlijnen van een magneetveld) worden *loodlijnen* genoemd. Het blijken zwak gekromde lijnen te zijn; in elk punt van een loodlijn geeft de raaklijn de plaatselijke richting van de zwaartekracht aan, m.a.w. de plaatselijke verticaal.

Een oppervlak dat in elk van zijn punten loodrecht op de richting van de zwaartekracht staat noemt men een *niveaувlak* of *equipotentiaalvlak* van de zwaartekracht.



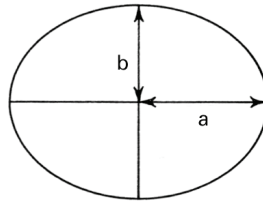
Figuur 1.1. De aarde en het zwaartekrachtsveld.

In figuur 1.1 is schetsmatig een doorsnede van een stukje aarde met loodlijnen en niveauvlakken gegeven. Volgens de eerder gegeven omschrijving is de geoïde het niveauvlak op gemiddeld zeeniveau.

De waterspiegel van een bergmeer maakt een stukje van een hoger gelegen niveauvlak zichtbaar. De geoïde is veel ‘gladder’ dan het fysische aardoppervlak met zijn bergen en dalen, maar het is geen regelmatig, wiskundig gemakkelijk te beschrijven oppervlak. De geoïde blijkt echter voor vele doeleinden goed benaderd te kunnen worden door een omwentelingsellipsoïde, met de korte as als omwentelingsas. De afmetingen kunnen door astronomische en geodetische metingen worden bepaald.

Er zijn in de loop der tijden veel verschillende berekeningen uitgevoerd die alle enigszins verschillende uitkomsten gaven, hetgeen verklaard wordt door de onvermijdelijke onnauwkeurigheid der gebruikte metingen en door het feit dat de waarnemingen in verschillende gebieden zijn gedaan, nog afgezien van verschillende berekeningswijzen.

Als basis voor geodetische berekeningen zijn er in verschillende landen dan ook verschillende ellipsoïden in gebruik, bijvoorbeeld die van Bessel, Clarke, Krassovski, enz. Zulk een ellipsoïde doet niet in de eerste plaats dienst als vervanging van de geöïde, maar als goed gedefinieerd wiskundig oppervlak ten opzichte waarvan de ligging van punten wordt aangegeven, vandaar de term die men ervoor gebruikt: referentie-ellipsoïde.



Figuur 1.2.

In 1984 werd door de International Union of Geodesy and Geophysics aanbevolen voor wetenschappelijk werk de volgende parameters te gebruiken (zie figuur 1.2):

$$a = 6.378.137 \text{ m} \quad \text{halve lange as}$$

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{298,257223563} \quad (\text{afplating})$$

Deze waarden maken deel uit van het zogeheten World Geodetic System 1984 (WGS 84). De nieuwe waarde voor de afplating berust voor een belangrijk deel op waarnemingen van de baan van kunstmatige aardsatellieten.

Wanneer men niet al te grote gebieden beschouwt, dan kan men voor veel doeleinden de geöïde voldoende nauwkeurig als een bol beschouwen, bijvoorbeeld in Nederland met een straal van 6371 km of ruwweg 6400 km.

### 1.3. Situatie en hoogte

Wij beschouwen een gebied op aarde dat cirkelvormig is met een straal van zeg 25 km, geheel vlak en op zeeniveau gelegen.

Figuur 1.3 geeft een bovenaanzicht en figuur 1.5 een doorsnede van dit gebied dat de vorm van een bolkap heeft; de straal van de bol stellen wij  $R = 6400$  km.

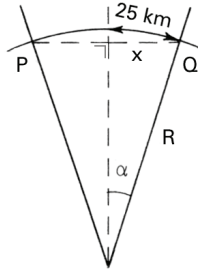
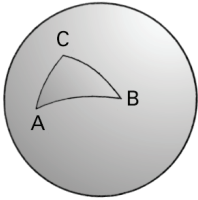
Uit figuur 1.4 ziet men:

$$\alpha = \frac{25}{R}$$

$$\sin \alpha = \frac{25}{R} - \frac{25^3}{3!R^3} + \dots$$

$$x = R \sin \alpha \approx 25 - \frac{25^3}{6R^2}$$

De tweede term bedraagt  $0,64 \times 10^{-4} \text{ km} = 0,064 \text{ m}$ .



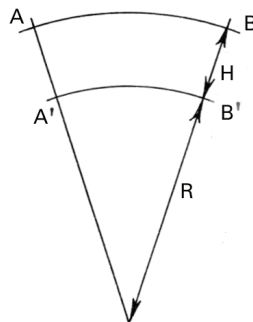
Figuur 1.3.

Figuur 1.4.

Figuur 1.5.

De koorde  $PQ$  is dus ongeveer  $2 \times 0,064 \text{ m}$  of circa 13 cm korter dan de boog  $PQ$ . Op een afstand van 50 km is een dergelijk bedrag veelal te verwaarlozen. De afstand tussen de projecties  $A'$  en  $B'$  in figuur 1.5 is praktisch gelijk aan die tussen de punten  $A$  en  $B$ .

Beschouwt men een boldriehoek  $ABC$  die ontstaat door de punten  $A$ ,  $B$  en  $C$  te verbinden door grote cirkels (kortste verbindingen op de bol), dan zullen de hoeken van de vlakke driehoek die gevormd wordt door de projecties  $A'$ ,  $B'$  en  $C'$  slechts weinig verschillen van de boldriehoek. Voor de onderlinge ligging der punten, d.w.z. voor de *situatiemeting*, kan het gebied zonder voor de praktijk ontoelaatbare vervormingen als vlak worden beschouwd. Uit de later in deze paragraaf te geven beschouwing is af te leiden dat de pijl van de boog  $PQ$  ongeveer 50 m is, zodat de afstanden  $AA'$  en  $BB'$  in figuur 1.5 ten hoogste deze waarde hebben. Wanneer  $A$  en  $B$  echter niet op zeeniveau liggen, moet de projectie over een langere afstand geschieden, en moet men in bepaalde gevallen rekening houden met de convergentie der verticalen van  $A$  en  $B$ . In figuur 1.6 ziet men  $A$  en  $B$  elk op een hoogte  $H$  boven zeeniveau; er geldt:



Figuur 1.6.

$$A'B' : AB = R : (R + H)$$

$$AB = \frac{R + H}{R} \times A'B' = (1 + H/R) \times A'B'$$



$$AB - A'B' = \frac{H}{R} \times A'B' \approx \frac{H}{R} \times AB \quad (1.1)$$

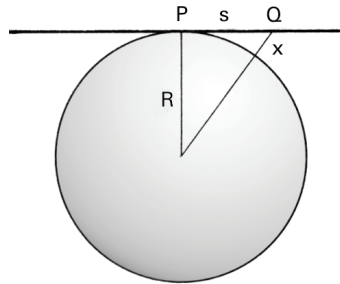
Wanneer de afstand  $AB$  in het terrein is gemeten, dient dus een correctie voor de convergentie der verticalen te worden aangebracht.

Wanneer  $A$  en  $B$  op 1 km boven zeeniveau zijn gelegen bedraagt de correctie  $(1/6400) = 1,56 \times 10^{-4}$  maal de gevonden afstand, dus ongeveer 1,5 cm per 100 m.

Deze correctie is dus een gevolg van de bolvorm van de aarde, maar moet onderscheiden worden van het veelal verwaarloosbare verschil tussen de projectie op de bol en die op een plat vlak.

Voor de *hoogte* geldt deze verwaarlozing van de bolvorm echter niet. De hoogte van een punt boven zeeniveau kunnen wij (voor onze doeleinden voldoende nauwkeurig) definiëren als de lengte van de loodlijn uit dat punt op de geoïde neergelaten.

Wij nemen nu weer aan dat de geoïde bolvormig is met een straal  $R = 6400$  km en beschouwen een punt  $P$  op zeeniveau, zie figuur 1.7.



Figuur 1.7.

Het *horizontale vlak* in  $P$  is het platte vlak dat in  $P$  loodrecht staat op de verticaal van  $P$ , dus het raakvlak aan het niveaувlak door  $P$ . Dit vlak verwijderd zich al op geringe afstand aanmerkelijk van het niveaувlak. Hebben we een punt  $Q$  op  $s$  km van  $P$ , dan geldt:

$$\begin{aligned} (R+x)^2 &= s^2 + R^2 \\ R^2 + 2Rx + x^2 &= s^2 + R^2 \\ x &= \frac{s^2}{2R} - \frac{x^2}{2R} \end{aligned}$$

Bij niet te grote afstand is de term  $x^2/2R$  te verwaarlozen, en men vindt:

$$x = \frac{s^2}{2R}$$

Drukt men  $s$  en  $R$  in km uit, dan vindt men

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{12800} s^2 \text{ km} = \frac{1000}{12800} s^2 \text{ m} \\ x &= 0,078s^2 \text{ m} \end{aligned}$$

Op 1 km afstand van  $P$  ligt het niveaувlak dus al bijna 8 cm onder het horizontale vlak van  $P$ , op 4 km afstand is dit 1,25 m. (Ga na hoe groot bij deze afstanden de verwaarloosde term  $x^2/2R$  is.) De aardkromming is dus bij de hoogtemeting beslist niet te ver-

waarlozen; het blijkt echter dat wij onze metingen zo kunnen inrichten dat we er geen last van hebben.

In de landmeetkunde worden de situatiemeting en de hoogtemeting in de regel gescheiden behandeld. Hoewel in principe elk driedimensionaal assenstelsel gebruikt zou kunnen worden voor een wiskundige beschrijving van de vorm van het fysisch aardoppervlak, biedt het grote praktische voordelen één as te kiezen in de richting van de zwaartekracht en de andere twee loodrecht daarop. De bijzondere rol die de richting van de zwaartekracht speelt geeft, tezamen met het effect van de aardkromming, aanleiding tot genoemde splitsing die echter niet verhindert dat hoogte en situatie soms uit gecombineerde metingen bepaald worden. Bij de beschrijving van de onderlinge ligging van een aantal op willekeurige hoogte gelegen punten zullen wij in het vervolg onder *situatiemeting* verstaan: de bepaling van de ligging van projecties op de geoïde. Onder *hoogtemeting* verstaan wij de bepaling van hun afstand tot de geoïde (in de regel zijn wij echter meer geïnteresseerd in de hoogteverschillen dan in hoogten boven zeeniveau). Men kan als primair doel van de landmeetkunde zien: de situatie en de hoogte van punten in getallen en in afbeeldingen (kaarten) vast te leggen.

## 1.4. Kaartprojecties

---

Een gebied dat groter is dan ca.  $50 \times 50 \text{ km}^2$  kan niet zonder merkbare vervormingen in een plat vlak afgebeeld worden. Als men een dergelijk groot gebied in kleinere stukken verdeelt die elk voor zich wel als vlak mogen worden beschouwd, kan men natuurlijk van elk stuk een kaart maken die praktisch geen vervormingen vertoont, maar de deelkaarten zullen niet tot een geheel aaneengesloten kunnen worden. In de leer der *kaartprojecties* bestudeert men hoe het aardoppervlak op een plat vlak kan worden afgebeeld, uiteraard met bijzondere belangstelling voor de daarbij optredende vervormingen.

Afbeeldingen wil hier zeggen: aan elk punt van het aardoppervlak een punt in het platte vlak toevoegen. Dit kan op allerlei manieren geschieden; elke methode geeft vervormingen van een eigen type die de afbeelding voor bepaalde doeleinden geschikt en voor andere doeleinden ongeschikt maken.

Wij zullen slechts enkele voorbeelden geven, voornamelijk van kaartprojecties die gemakkelijk meetkundig te interpreteren zijn. Dit is echter bij lang niet alle projecties het geval.

De plaats van een punt op aarde wordt vastgelegd door zijn geografische breedte  $\varphi$  en zijn geografische lengte  $\lambda$ ; de plaats van een punt in een plat vlak door bijvoorbeeld rechtehoekige coördinaten  $x$  en  $y$  in een of ander stelsel. Een kaartprojectie is nu een stel formules dat aan het getallenpaar of coördinaten  $(\varphi, \lambda)$  éénduidig een getallenpaar of coördinaten  $(x, y)$  toevoegt, bijvoorbeeld:

$$x = f(\varphi, \lambda)$$

$$y = g(\varphi, \lambda)$$

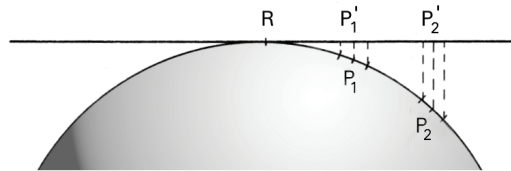
Een kaartprojectie is de wiskundige beschrijving van de afbeelding van coördinaten van punten op een plat vlak. Men moet zich hierbij voorstellen dat de afbeelding geschiedt

met de aarde op ware grootte. Voor het maken van een kaart kan de vlakke afbeelding op zekere schaal, bijv. 1:100.000, verkleind worden. Door de vervormingen kan de schaal echter niet over de hele kaart constant zijn. In verband met de vervormingen voert men in het begrip *vergroting* van een kaartprojectie:

$$\text{vergroting} = \frac{\text{lengte van de afbeelding van een lijnstuk}}{\text{lengte van het afgebeelde lijnstuk}}$$

Het zal duidelijk zijn dat het hier om ‘differentiële lijnstukjes’ gaat; in het algemeen is de vergroting van punt tot punt verschillend en zal in een bepaald punt de vergroting in verschillende richtingen verschillende waarden hebben. Elk land heeft zijn eigen kaartprojectie. Nederland gebruikt voor de coördinaten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting (RD-coördinaten, zie Hoofdstuk 2, Landelijke Stelsels) de stereografische projectie. In België gebruikt men de Lambert-projectie en in Duitsland een transversale Mercator projectie (de zgn. Gauss-Krüger-projectie). Mondiaal wordt de Universal Transverse Mercator (UTM-)projectie veel gebruikt (onder meer in NAVO-verband). Bij de hierna volgende voorbeelden wordt de aarde als een bol beschouwd. Voor geografische kaarten op zeer kleine schaal is dit wel toelaatbaar; in het algemeen moet voor topografische kaarten en voor geodetische doeleinden rekening worden gehouden met de ellipsoïdische vorm. Men kan de ellipsoïde rechtstreeks in een plat vlak afbeelden, of ook eerst de ellipsoïde op een bol afbeelden, en daarna de bol in een plat vlak.

### a. De orthografische projectie



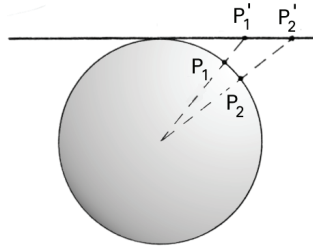
Figuur 1.8. Orthografische projectie.

Het af te beelden gebied wordt loodrecht geprojecteerd op een aan de aardbol rakend plat vlak (evenwijdige verplaatsing maakt uiteraard geen verschil). De cirkels op de bol waarvan het vlak evenwijdig is aan het raakvlak, worden op ware grootte afgebeeld. Grote cirkels door  $R$  worden als rechte lijnen afgebeeld, een stukje van zo'n cirkel wordt echter des te sterker verkleind naarmate het verder van  $R$  verwijderd is (vgl.  $P_1$  en  $P_2$ ). In het raakpunt is de vergroting in alle richtingen 1. Een cirkeltje om  $P_1$  wordt afgebeeld als een ellips om  $P_1'$ : daar is de vergroting dus niet in alle richtingen gelijk. De projectie is slechts goed bruikbaar voor een klein gebied om  $R$  (vgl. § 1.3). Slechts de halve bol kan één-éénduidig worden afgebeeld.

### b. De gnomonische projectie

De afbeelding geschiedt door centrale projectie vanuit het middelpunt van de aardbol op een raakvlak. Er treden enorme vervormingen op, en slechts de halve bol kan afgebeeld

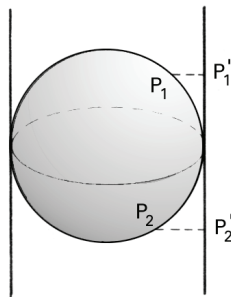
worden. Maar de projectie heeft de prettige eigenschap dat grote cirkels als rechte lijnen worden afgebeeld, m.a.w. de kortste verbinding op aarde wordt als kortste verbinding in het kaartvlak afgebeeld. Daarom zijn kaarten in gnomonische projectie o.a. van belang bij het maken van plannen voor scheep- en luchtvaartroutes. Andere projecties kunnen in dit opzicht zeer misleidend zijn.



Figuur 1.9.

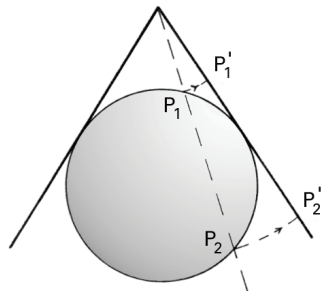
### c. De cilinderprojectie van Lambert

Deze wordt gegeven als voorbeeld van een projectie die tot stand komt door eerst de aarde op een omhullende cilinder af te beelden en dan de cilinder a.h.w. open te knippen en af te wikkelen. Deze projectie heeft als bijzonderheid dat zij *oppervlaktegetrouw* of *equivalent* is. Men kan gemakkelijk nagaan dat een smalle ring tussen twee parallelcirkels als een ring op de cilinder wordt afgebeeld die dezelfde oppervlakte heeft; hetzelfde geldt voor eindige stukken. Kaarten in een equivalente projectie geven dus oppervlakten in hun juiste verhouding weer, hetgeen bijvoorbeeld voor statistische doeleinden van belang kan zijn. Er treden echter sterke vormveranderingen op.



Figuur 1.10.

### d. De equivalente kegelprojectie



Figuur 1.11.

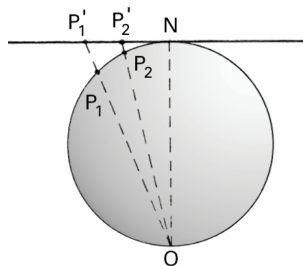
Dit is een voorbeeld van een zgn. kegelprojectie. De meridianen worden afgebeeld als beschrijvende lijnen van de kegel, afgebeeld punt en beeldpunt hebben dezelfde afstand tot de top van de kegel. Eén parallelcirkel wordt op ware lengte afgebeeld.

### e. De Mercatorprojectie

Deze afbeelding kan niet als een simpele meetkundige projectie worden opgevat. De equator wordt lengtegetrouw als rechte lijn afgebeeld, de meridianen als rechte lijnen loodrecht daarop. De parallelcirkels worden eveneens als rechte lijnen afgebeeld; de afbeelding van elke parallelcirkel is even lang als die van de equator. Hoe verder een parallelcirkel van de equator is verwijderd, des te sterker wordt hij vergroot. Maar de afstand tussen de afbeeldingen van parallelcirkels wordt daarmee evenredig vergroot; hierdoor wordt bereikt dat de projectie conform is. De vergroting neemt sterk toe naarmate men verder van de equator afkomt. Voor topografische kaarten e.d., is de projectie slechts bruikbaar in gebieden rond de equator, maar zij heeft een bijzondere eigenschap die haar zeer geschikt maakt voor navigatie: een rechte lijn op de kaart stelt namelijk een lijn met vaste kompasrichting voor. Zulk een lijn, een zgn. *loxodroom*, snijdt alle meridianen onder dezelfde hoek (maar is in het algemeen geen kortste verbindinglijn).

Omdat de equator lengtegetrouw en de meridianen als evenwijdige rechte lijnen worden afgebeeld, rekent men deze projectie ook onder de cilinderprojecties. Hetzelfde type afbeelding kan men zich denken, maar dan op een cilinder waarvan de as in het equatorvlak ligt, zodat de cilinder de aarde volgens een meridiaan raakt. Hiermee verkrijgt men de projectie van Gauss-Krüger, die tegenwoordig veel gebruikt wordt voor de topografische kaarten van grote landen en voor wereldomvattende karteringen. Omdat slechts een smalle strook zonder grote vervormingen wordt afgebeeld, werkt men om de  $3^\circ$  of  $6^\circ$  met een andere cilinder zodat er in verschillende stelsels gewerkt moet worden. Een toepassing is de U.T.M.-projectie (Universal Transverse Mercator) waarbij de centrale meridiaan met een vergroting van 0,9996 wordt afgebeeld om de vervorming aan de randen te beperken.

### f. De stereografische projectie



Figuur 1.12.

Projectie geschiedt op een raakvlak, het centrum is het punt  $O$ , diametraal tegenover het raakpunt  $N$ . Op grote afstand van het raakpunt nemen de vervormingen snel toe, maar voor niet al te grote gebieden is dit een zeer geschikte projectie. Een zeer belangrijke eigenschap is dat deze projectie *conform* of hoekgetrouw is. Dit houdt in dat de hoek tussen twee lijnen op het aardoppervlak gelijk is aan de hoek tussen hun afbeeldingen.

Stel dat twee grote cirkels elkaar onder een hoek  $\alpha$  snijden, d.w.z. de hoek tussen hun raaklijnen in het snijpunt is  $\alpha$ . De twee cirkels zullen als kromme lijnen afgebeeld worden die elkaar tevens onder  $\alpha$  snijden. Een kleine driehoek op aarde zal dus als een daarmee gelijkvormige driehoek worden afgebeeld (de driehoek moet zo klein zijn dat de zijden als rechte lijnstukjes kunnen worden beschouwd). Daarmee zal elk stukje van de kaart een vrijwel gelijkvormige afbeelding van het corresponderende stukje terrein vormen, hoewel de schaal over de gehele kaart varieert. De eigenschap van conformiteit houdt in dat in elk punt de vergroting in alle richtingen gelijk is; een cirkeltje wordt als cirkeltje afgebeeld. Men kan aantonen dat bij de stereografische projectie in alle punten die op dezelfde cirkel om  $N$  gelegen zijn de vergroting dezelfde waarde heeft.  $P'_1$  zal echter een sterkere vergroting hebben dan  $P'_2$ . Verschillende andere projecties zijn eveneens conform. Voor geodetische doeleinden worden vrijwel uitsluitend conforme projecties gebruikt.

De stereografische projectie is voor ons van bijzonder belang omdat deze afbeelding ten grondslag ligt aan het vlakke coördinatenstelsel dat in Nederland voor vrijwel alle geodetische en kartografische doeleinden gebruikt wordt, het stelsel van de Rijksdriehoekmeting.

De vervorming die de stereografische projectie veroorzaakt is voor Nederland relatief klein, maar over het algemeen niet te verwaarlozen. Speciaal wanneer het om puntsbepaling in een groot gebied gaat moeten afstand- en richtingmetingen voor de kaartprojectie worden gecorrigeerd om in het stelsel van de Rijksdriehoekmeting (RD) te passen.

In figuur 1.12 zal een klein gebied rond het centrale punt  $N$  op ware grootte worden afgebeeld. Naarmate een punt verder van  $N$  ligt neemt de vergroting toe. Men zal het punt  $N$  ongeveer in het midden van het af te beelden land kiezen. In  $N$  is de verdrotting 1, terwijl de maximale vergroting bij de verste grenspunten zal optreden. Om praktische redenen is het gewenst dat de vergroting weinig van 1 verschilt. De maximaal voorkomende absolute waarde van de vergroting kan worden teruggebracht door een algemene verkleining van de afbeelding toe te passen, wat kan worden opgevat als het resultaat van afbeelding op een evenwijdig snijvlak dat de bol snijdt volgens een cirkel waar de vergroting 1 is, en dus de afstandscorrectie nul. Voor het RD-net is het centrale punt Amersfoort.

De formule voor de correctie van een gemeten afstand  $\ell$  is voor een punt  $P_i$  op afstand  $r_i$  van Amersfoort:

$$\Delta\ell = -9,2 + \frac{r_i^2}{1629} \text{ mm per } 100 \text{ m}$$

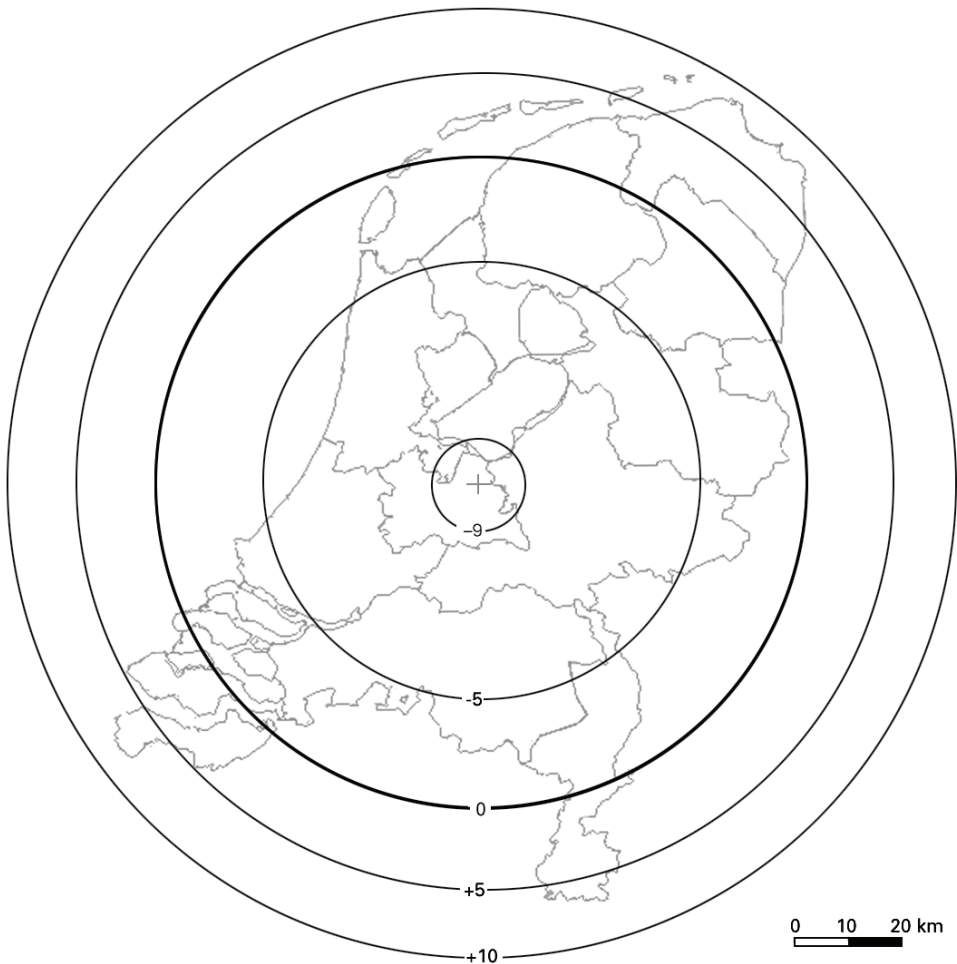
Het centrale punt Amersfoort heeft de RD-coördinaten

$$X = 155.000 ; Y = 463.000 \text{ (in meters)}$$

De gebruiksformule voor de correctie  $\Delta\ell$  in een punt met RD-coördinaten  $X, Y$  wordt daarmee, met  $\Delta\ell$  in mm/100 m,  $X$  en  $Y$  in km (afgerond).

$$\Delta\ell = -9,2 + \frac{(X - 155)^2 + (Y - 463)^2}{1629} \quad (1.2)$$

Punten met gelijke correctie vormen cirkels met Amersfoort tot middelpunt, zie figuur 1.13. Op een cirkel met een straal van ca 120 km is de afstandcorrectie nul. Bij afstanden tot enkele kilometers kan men de correctie in het midden van de betrokken lijn gebruiken. Bij grotere afstanden berekent men  $\Delta\ell$  voor elk der eindpunten en neemt men het gemiddelde.



*Figuur 1.13. Correcties aan gemeten afstanden voor stereografische projectie in mm per 100 m.*

Naast de correctie voor afstanden maakt de stereografische projectie ook correcties aan gemeten richtingen nodig. De projectie beeldt namelijk de kortste verbinding tussen twee punten A en B (die in feite een stukje van een grote cirkel op de bol is) af als een cirkel. Omdat in het kaartvlak wordt gerkend met rechte lijnen is een correctie van boog naar koorde nodig. De formule voor de correctie aan de gemeten richting van A naar B kan in RD-coördinaten worden uitgedrukt.

Stel

$$\begin{aligned} X'_A &= X_A - 155.000 \\ Y'_A &= Y_A - 463.000 \quad \text{enz.} \end{aligned}$$

dan krijgt men de aan de gemeten richting van A naar B aan te brengen correctie  $\delta_{AB}$  compleet met teken uit

$$\delta_{AB} = \frac{-X'_A Y'_B + X'_B Y'_A}{2560} \text{ mgon}^*) \quad (1.3)$$

$X'$  en  $Y'$  in km (afgerond)

Indien de lijn AB door het punt Amersfoort gaat is de correctie nul, voor een richting loodrecht daarop is de correctie maximaal of minimaal. Om een indruk te geven van de waarden van  $\delta_{AB}$  die bij verschillende afstanden tussen A en B in verschillende delen van het land optreden geven wij hieronder enkele voorbeelden.

| Afstand AB         |          | 1 km   |   |       | 5 km |       |   | 10 km |   |       |   |        |  |       |  |      |  |       |
|--------------------|----------|--------|---|-------|------|-------|---|-------|---|-------|---|--------|--|-------|--|------|--|-------|
| $X_A$ km           | $Y_A$ km | 10     | 0 | 100   | 0    | 170   | 0 | 10    | 0 | 90    | 0 | 108164 |  |       |  |      |  |       |
| $X_B$              | $Y_B$    | 10     | 1 | 100   | 1    | 170   | 1 | 10    | 5 | 100   | 5 | 100170 |  |       |  |      |  |       |
| $\delta_{AB}$ mgon |          | -0,004 |   | 0,004 |      | -0,07 |   | -0,02 |   | -0,19 |   | -0,33  |  | -0,04 |  | 0,00 |  | +0,77 |

## Literatuur

- G. BOMFORD, *Geodesy*, 4e druk, Oxford, 1980.
- W.A. HEISKANEN en H. MORITZ, *Physical geodesy*, San Francisco en London, 1967.
- H.J. HEUVELINK, *De stereografische kaartprojectie in hare toepassing bij de Rijksdriehoekmeting*, Delft, 1918.
- JORDAN – EGGERT – KNEISSL, *Handbuch der Vermessungskunde*, 10e druk, Band III, IV en V, Stuttgart, 1949-1968.
- E.J. KRAKIWSKY en P. VANICEK, *Geodesy, the Concepts*, 2e druk Amsterdarn, New York en Oxford, 1986.
- J.J. LEVALLOIS, *Géodésie générale*, 4 dln., Paris, 1969-1971.
- E.J. DE MIN, *De geoïde voor Nederland*, NGT Geodesia 1996 No. 5 blz. 191.
- World Geodetic System 1984
- P. RICHARDUS en R.K. ADLER, *Map projections*, Amsterdam-Oxford, 1971.
- A.A. ROBINSON en anderen, *Elements of cartography*, 5e druk, New York, 1984.
- G.L. STRANG VAN HEES, *Bepaling van de straal van de aarde*, NGT Geodesia 1994 No. 2 blz. 80.
- F.H. SCHREUTELKAMP, *De geoïde voor Nederland astrometrisch getoetst*, NGT Geodesia 2001 No. 9 blz. 404
- W. TORGE, *Geodäsie*, Berlin- New York, 1975 (Sammlung Göschen 2163).  
Engelse versie: *Geodesy, an introduction*, Hawthorne, N.Y., 1980.

\*) mgon betekent milligon, dit is het duizendste deel van een centesimale graad, de eenheid in het stelsel waarbij een rechte hoek 100 gon telt. Een radiaal is 63662 mgon.