

Inleiding Elektriciteit en Magnetisme

Inleiding Elektriciteit en Magnetisme

W. Buijze
R. Roest

© VSSD

Eerste druk 1992
Tweede druk 1995
Derde druk 2007

Uitgegeven door de VSSD

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands
tel. 015 - 2782124, telefax 015 - 2787585, e-mail: hlf@vssd.nl
internet: <http://www.vssd.nl/hlf>
URL over dit boek: <http://www.vssd.nl/hlf/c005.htm>

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN-10 90-71301-97-4
ISBN-13 978-90-71301-97-1
NUR 924
Trefw.: elektriciteit, magnetisme

Voorwoord

Aan de TU-Delft worden voor verscheidene faculteiten colleges Elektriciteit gegeven. De inhoud daarvan, de volledigheid en de gestrengheid van het betoog hangen af van hetgeen de betrokken faculteit wenst en mogelijk maakt.

In dit boek worden de onderwerpen uit zulke colleges behandeld. Een onderwerp wordt – waar nodig en waar dat kan – behandeld op verschillende niveaus van mathematische rigueur. Dat maakt het mogelijk uit de paragrafen steeds dié keuze te maken, die voor een bepaald college gewenst wordt. Bij de didactische opzet is daarmee rekening gehouden. Passages aangegeven met □ kunnen bij een eerste lezing worden overgeslagen; passages met ■ kunnen worden overgeslagen, als men geen vectorpotentiaal of meer geavanceerde beschouwingen gebruikt.

Het boek is opgezet als *studieboek* en niet als standaard handboek. Het is – zoals de titel al zegt – een *inleiding*.

Bij het schrijven heb ik op de voortdurende kritische hulp van mijn collega drs. R. Roest kunnen rekenen. Hem dank ik voor zijn hulp. De jarenlange samenwerking met ir. A. Henderson leidde tot de vorm waarin het hoofdstuk over wisselstromen is gegoten. De samenwerking met de VSSD was als steeds plezierig.

Mijn gedachten gaan ook uit naar A.J. Buijze, die mij destijds (Baros VI, Tjimahi; 23 okt '44–22 aug '45) de eerste beginselen van de natuurkunde bijbracht.

Het is mijn verwachting dat ik er niet in geslaagd zal zijn alle drukfouten te elimineren. Wellicht zijn er ook tekortkomingen in het betoog. Wie mij op deze feilen wil wijzen zal ik dankbaar zijn.

Den Haag, maart 1992

W. Buijze

Bij de 2e druk

In deze nieuwe druk zijn verbeteringen en kleine aanvullingen aangebracht, vaak op grond van opmerkingen van vele anderen. Deze nieuwe uitgave kan gewoon naast de vorige gebruikt worden.

Den Haag,
Voorburg, januari 1995

W. Buijze
R. Roest

Bij de 3e druk

Hoewel aan de TU Delft steeds meer Engelstalige boeken worden gebruikt, heeft een niet gering aantal studenten daarnaast toch behoefte aan vakliteratuur in het Nederlands. Reden genoeg voor een nieuwe druk van Inleiding Elektriciteit en Magnetisme. De tekst is op diverse plaatsen aangepast, enerzijds door vereenvoudigingen waar dat mogelijk was, anderzijds door een meer expliciete toelichting waar dat nodig is gebleken. Het laatste hoofdstuk is grondig herzien, waarbij wij ons strikt beperkt hebben tot lineaire netwerken.

Den Haag,
Voorburg, januari 2007

W. Buijze
R. Roest

Inhoud

VOORWOORD	5
1. ELEKTROSTATISCHE VELDEN IN VACUÛM	11
1.1. De Wet van Coulomb	11
1.2. Elektrische veldsterkte	12
1.3. Elektrische potentiaal	13
1.4. Veldlijnen in een elektrisch veld	14
□ 1.5. Veld- en broncoördinaten	14
1.6. Conserverende velden	16
1.7. Spanning en potentiaalverschil	17
1.8. De stelling van Gauss	18
1.9. Voorbeelden	22
1.10. Elektrische geleiders in elektrostatistische velden	27
1.11. Condensatoren; capaciteit	28
1.12. De vergelijkingen van Poisson en van De Laplace	32
1.13. De eenduidigheidsstelling	34
1.14. Mutuele potentiële energie van een ladingsverdeling	36
1.15. Overzicht van hoofdstuk 1	38
2. ELEKTROSTATISCHE VELDEN IN DIËLEKTRICA	39
2.1. De elektrische dipool	39
2.2. Krachtwerking op een starre, elektrische dipool in een uitwendig elektrisch veld	40
2.3. Polarisatie	44
2.4. Continuüm-model	45
2.5. Poissonladingen I	45
2.6. De elektrische fluxdichtheid I	47
2.7. Poissonladingen II	49
□ 2.8. De elektrische fluxdichtheid II	51
2.9. Diëlektrische materialen	52
2.10. Eigenschappen van elektrische velden in grensvlakken	54
2.11. Elektrische veldenergie	56
■ 2.12. Oplossing van problemen met behulp van de vergelijkingen van Poisson en van De Laplace	58
2.13. Overzicht van hoofdstuk 2	66
3. ELEKTRISCHE STROMEN	67
3.1. Stroomsterkte, stroomdichtheid	67

3.2.	Wet van behoud van lading	68
3.3.	De stroomwet van Kirchhoff	69
3.4.	De wet van Ohm	71
3.5.	De wet van Joule; vermogen	73
3.6.	De spanningswet van Kirchhoff	76
3.7.	Schakeling van weerstanden	77
3.8.	Bronnen van elektrische energie	78
3.9.	Overzicht van hoofdstuk 3	80
4.	HET MAGNETISCHE VELD VAN STATIONAIRE STROMEN	81
4.1.	Inleiding	81
4.2.	De krachtwerking tussen twee stroomvoerende geleiders; lorentzkracht; wet van Biot en Savart	82
4.3.	Enkele voorbeelden	85
4.4.	Een bewegend deeltje en het magnetische veld	89
4.5.	De circuitregel van Ampère	91
<input type="checkbox"/>	4.6. De divergentie van de magnetische fluxdichtheid \vec{B}	94
<input checked="" type="checkbox"/>	4.7. De magnetische vectorpotentiaal	96
<input checked="" type="checkbox"/>	4.8. Voorbeeld	99
<input checked="" type="checkbox"/>	4.9. De vergelijking van Poisson voor de vectorpotentiaal	101
<input checked="" type="checkbox"/>	4.10. De circuitregel van Ampère	102
4.11.	Overzicht van hoofdstuk 4	104
5.	STATIONAIRE MAGNETISCHE VELDEN IN MAGNETISEERBARE MATERIE	105
5.1.	De magnetische dipool	105
5.2.	Krachtwerking op een starre magnetische dipool in een uniform uitwendig magnetisch veld	107
<input checked="" type="checkbox"/>	5.3. De magnetische vectorpotentiaal op grote afstand van een stroomkring	110
<input checked="" type="checkbox"/>	5.4. Het magnetische veld op grote afstand van een magnetische dipool	111
<input type="checkbox"/>	5.5. Krachtwerking op een magnetische dipool in een willekeurig magnetisch veld	112
<input checked="" type="checkbox"/>	5.6. De potentiële energie van en het koppel op een starre magnetische dipool in een willekeurig veld	114
5.7.	De magnetisatie	114
5.8.	De magnetische veldsterkte en de circuitregel van Ampère	117
<input checked="" type="checkbox"/>	5.9. Opnieuw de magnetische veldsterkte en de circuitregel van Ampère	118
5.10.	Eigenschappen van magnetische velden in grensvlakken	123
5.11.	Voorbeelden	124
5.12.	Magnetische susceptibiliteit; relatieve permeabiliteit	126
<input checked="" type="checkbox"/>	5.13. De oplossing van magnetostatische problemen met behulp van de vergelijking van De Laplace	130

□ 5.14.	Magnetische ladingen, scalaire magnetische potentiaal	131
5.15.	Overzicht van hoofdstuk 5	134
6.	ELEKTROMAGNETISCHE INDUCTIE	135
6.1.	De inductiewet van Faraday-Maxwell	135
■ 6.2.	Inductie en de vectorpotentiaal	137
6.3.	Inductiespanning in een bewegende draad	138
6.4.	Voorbeelden	138
□ 6.5.	Superpositie van beide vormen van inductie	142
■ 6.6.	Inductie in bewegende en van vorm veranderende kringen	143
6.7.	Mutuele of wederkerige inductie; gekoppelde spoelen	145
6.8.	Zelfinductie	146
6.9.	Magnetische veldenergiedichtheid	148
6.10.	De transformator; gekoppelde spoelen	150
□ 6.11.	De reciprociteit	151
■ 6.12.	Nog eens de reciprociteit	152
6.13.	Koppelingsfactor	153
□ 6.14.	Magnetische veldenergie van een starre onbeweeglijke stroomkring	154
□ 6.15.	De regel van Hopkinson	156
□ 6.16.	Magnetische netwerken	158
□ 6.17.	Elektromechanische systemen; co-energie	159
6.18.	Overzicht van hoofdstuk 6	164
7.	DE VERGELIJKINGEN VAN MAXWELL	165
7.1.	Inleiding	165
7.2.	Eerste wet van Maxwell; verplaatsingsstroom	166
7.3.	Een voorbeeld van voortplanting van elektro-magnetische verschijnselen	169
7.4.	Golfvergelijking	170
7.5.	Voortplanting van elektro-magnetische veldenergie; de vector van Poynting	174
7.6.	Overzicht van hoofdstuk 7	175
8.	LINEAIRE NETWERKEN	176
8.1.	Inleiding	176
8.2.	Het superpositie-beginsel	177
8.3.	De methoden van Thévenin en van Norton	181
8.4.	Wisselspanning en wisselstroom	185
8.5.	Wijzervoorstelling van sinuswisselspanning en -stroom	187
8.6.	Complexe voorstelling van sinuswisselspanning en -stroom	187
8.7.	Impedantie	188
8.8.	Lineaire netwerken met condensatoren en spoelen	190

8.9.	De wetten van Kirchhoff voor complexe spanningen en stromen	192
8.10.	Serie- en parallelschakeling van impedanties	195
8.11.	Wijzerdiagrammen	195
8.12.	Energie, vermogen en effectieve waarde	197
8.13.	Vermogensaanpassing	199
8.14.	Stroomresonantie en ladingsresonantie	200
8.15.	De kwaliteit van de R-L-C keten	202
8.16.	Spanningsresonantie	203
BIJLAGEN		205
B.1.	Functies van meer dan één onafhankelijk veranderlijke	205
B.2.	Vectoralgebra	206
B.3.	Het differentiëren van vectoren	209
B.4.	De vectoroperator “nabla” (∇)	210
B.5.	Enkele belangrijke betrekkingen	212
B.6.	Coördinatenstelsels	212
B.7.	Complexe getallen	215
TREFWOORDENLIJST		218

1

Elektrostatistische velden in vacuüm

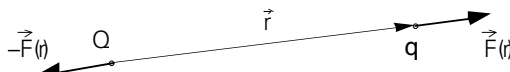
1.1. De Wet van Coulomb

Door — voor zijn tijd zeer nauwkeurige — metingen te verrichten stelde Coulomb (1736–1806) vast, dat de elektrostatistische krachtwerking tussen twee lichamen met *zeer kleine afmetingen*, geplaatst in vacuüm omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de onderlinge afstand en recht evenredig met de grootte van elk der betrokken ladingen.

Plaatsen we een *puntlading* q in de nabijheid van een *puntlading* Q , die zich bijvoorbeeld in de oorsprong bevindt dan geldt:

$$\vec{F}(r) = f(r) \vec{e}_r \quad \text{met } f(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2}.$$

Hierbij zijn SI eenheden gebruikt en hierin is \vec{r} de plaatsvector van q . Dan is \vec{e}_r de eenheidsvector wijzend vanuit Q in 0 naar q .



Figuur 1.1.

Het door Q veroorzaakte krachtveld is een *centraal* krachtveld, dat bovendien “omgekeerd” kwadratisch is. De wet van Coulomb is:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \vec{e}_r \quad (1.1)$$

De ladingen zijn uitgedrukt in coulomb (C), de afstand in meter (m) en de kracht in newton (N). De positieve evenredigheidsconstante $1/4\pi\epsilon_0$ is gelijk aan $9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$.

Hiermee volgt voor de *permittiviteit* ϵ_0 van vacuüm

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}.$$

De krachten zijn afstotend als beide ladingen hetzelfde teken hebben en aantrekkend in het andere geval.

Zijn meer ladingen aanwezig dan vindt men de totale kracht op q uit een *superpositie* als vectorsom van alle op q werkende krachten.

1.2. Elektrische veldsterkte

Een ruimte waarin een zich in rust bevindende, elektrisch geladen puntmassa een kracht ondervindt die een ongeladen puntmassa niet zou ervaren wordt een *elektrisch veld* genoemd.

Het bestaan van een elektrisch veld wordt dus aangetoond door de krachtwerking die een proefladinkje q in zo'n veld ondervindt.

Onder de *veldsterkte* \vec{E} in een punt van een elektrisch veld verstaat men de verhouding \vec{F}/q waarin \vec{F} de kracht is die het proefladinkje ondervindt:

$$\vec{E} = \vec{F}/q \quad (1.2).$$

De kracht op het proefladinkje is recht evenredig is met q ; de hierboven gedefiniëerde veldsterkte \vec{E} is dus onafhankelijk van q : \vec{E} is een echte *veld-grootheid*.

De eenheid voor E is N/C (newton per coulomb); later zullen we zien dat dit hetzelfde is als V/m (volt per meter).

Uit (1.1) en (1.2) blijkt dat men voor de veldsterkte in een punt in het veld van een puntlading Q (zie figuur 1.1) kan schrijven:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r \quad (1.3)$$

In het algemeen is \vec{E} een functie van plaats en tijd: $\vec{E} = \vec{E}(x,y,z,t)$. Als \vec{E} *niet* verandert in de loop van de tijd, met andere woorden als $\vec{E} = \vec{E}(x,y,z)$, spreekt men van een *statisch elektrisch veld* of ook: *elektrostatic veld*.

Elk electrostatic veld wordt veroorzaakt door de aanwezigheid van elektrische lading.

Deze lading kan (hoewel altijd te herleiden tot een *verzameling van puntladingen*) in verschillende vormen aanwezig zijn.

Voorbeeld 1. In een gasontladingsbuis bevindt zich voortdurend een groot aantal elektronen en ionen. Vaak is de lading per mm^3 niet nul; in dat geval heeft het zin, het begrip *ruimteladingsdichtheid* te introduceren (symbool ρ) als lading per kubieke meter; $\rho \stackrel{\text{def}}{=} \Delta Q/\Delta\tau$, waarin $\Delta\tau$ een klein volumetje is rond het punt waar we ρ willen weten; ΔQ is de lading in dat volumetje.

Voorbeeld 2. Bij een geladen metalen voorwerp bevindt zich de elektrische lading uitsluitend aan het oppervlak. In dat geval heeft het zin, het begrip *oppervlakteladingsdichtheid* in te voeren (symbool σ) als lading per vierkante meter; $\sigma \stackrel{\text{def}}{=} \Delta Q/\Delta S$ waarin ΔS een stukje oppervlak is rond het punt waar we σ willen weten; ΔQ is de lading op ΔS .

Voorbeeld 3. Bij een geladen draad ten slotte hanteert men wel het begrip *lijnladingsdichtheid* of lineïeke ladingsdichtheid (symbool λ) als lading per strekkende meter; $\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \Delta Q/\Delta\ell$ waarin $\Delta\ell$ een klein lijnstukje is rond het punt waar

we λ willen weten; ΔQ is de lading op dat lijnstukje.

Allerlei vraagstukken waarin deze begrippen voorkomen kunnen worden opgelost door de ladingen te verdelen in (quasi-)puntladingen.

1.3. Elektrische potentiaal

Men kan aantonen dat elk elektrostatistisch veld een conserverend krachtveld is.

Dat houdt in, dat de arbeid, door het veld verricht op een proefladinkje q , als het wordt gebracht van een punt A naar een punt B, *onafhankelijk* is van de gevolgde weg.

Uit het feit dat elk elektrostatistisch veld een conserverend veld is volgt dat het proefladinkje q in elk punt van zo'n veld een *potentiële energie* U_p bezit.

Onder de *potentiaal* V in een punt van een elektrostatistisch veld verstaat men de verhouding U_p/q waarin U_p de potentiële energie van het proefladinkje is in dat punt:

$$V = U_p/q \quad (1.4)$$

Ook V is een echte *veldgrootheid*, want uit het feit dat de kracht \vec{F} recht evenredig is met q volgt dat ook U_p evenredig is met q ; V is daarom *onafhankelijk* van q .

De eenheid voor V is de volt (genoemd naar Volta); uit (1.4) blijkt dat $1V = 1J/C = 1 Nm/C$.

Voor de samenhang tussen veldsterkte en potentiaal grijpen we terug op de samenhang tussen kracht en potentiële energie (van een proefladinkje in een elektrostatistisch veld). Noemen we de arbeid, door de veldkracht verricht als het proefladinkje van A naar B gaat, $W_{A \rightarrow B}$, dan geldt:

$$U_{P_A} - U_{P_B} = W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

Hieruit volgt voor het potentiaalverschil

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (1.5)$$

Hierin is $d\vec{\ell}$ een infinitesimaal stukje van de tussen A en B gevolgde weg; in plaats van $d\vec{\ell}$ kun je ook schrijven: $d\vec{r}$ (dat is een infinitesimale toename van de *plaats-*



Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Volta (Como, 1745 – Como, 1827). Natuurkundige en chemicus. Construeerde de eerste bron die in staat was gedurende langere tijd een elektrische (gelijk)stroom resp. -spanning te leveren: de zgn. zuil van Volta.