

# **Elektrische schakelverschijnselen**



# **Elektrische schakelverschijnselen**

**A. Henderson**

**VSSD**

© VSSD

Eerste druk 1979,  
Vijfde druk 1993

Uitgegeven door de VSSD

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: [hlf@vssd.nl](mailto:hlf@vssd.nl)

internet: <http://www.vssd.nl/hlf>

URL over dit boek: <http://www.vssd.nl/hlf/e007.htm>

*All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photo-copying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.*

ISBN 978-90-6562-061-3

NUR 924

Trefwoorden: elektrische schakelverschijnselen

## Voorwoord

Het hoofdstuk schakelverschijnselen uit de gehele theorie van de elektrische netwerken is een dankbaar onderdeel. Enerzijds heeft het de charme van een streng mathematisch betoog, anderzijds komt men voortdurend in aanraking met de fysische werkelijkheid. Soms blijken mathematische begrippen onverwacht een fysische betekenis te hebben.

Van de gebruiker wordt bekendheid met de gelijk- en wisselstroomtheorie (ook de complexe grootheden) verondersteld. Verder dient hij enige oefening in differentiaalvergelijkingen, laplace-transformaties en matrixrekening te hebben gehad.

De graphtheorie heb ik niet gebruikt. De consequentie is, dat grote netwerken niet kunnen worden behandeld en dat sommige bewijzen achterwege moeten blijven. Het grote voordeel is, dat de omvang sterk kan worden beperkt.

Met opzet zijn er veel voorbeelden uitgewerkt, hetgeen als voorbereiding kan dienen voor het zelf maken van vraagstukken. De vraagstukken, die zijn opgenomen, zijn van verschillend niveau. Sommige zijn erg eenvoudig, andere vereisen veel inzicht en ervaring. Enkele vraagstukken zijn ontleend aan TH- en HTS-examens.

Er is ten behoeve van zelfstudie een uitvoerige antwoordenlijst opgenomen. Om het rekenwerk niet al te ingewikkeld te maken, heb ik voor de waarden van de netwerk-elementen, de hoekfrequentie en voor de amplituden van spanningen en stromen eenvoudige getallen gekozen. Verder zijn de elementwaarden constant verondersteld.

Voor kritiek houd ik mij aanbevolen.

A. Henderson, zomer 1979

### Voorwoord bij derde druk

Hier en daar is de tekst wat veranderd en er zijn enkele vraagstukken toegevoegd.

A. Henderson, voorjaar 1985

### Voorwoord bij vierde druk

Op enkele plaatsen zijn wat verbeteringen aangebracht.

A. Henderson, voorjaar 1989

### Voorwoord bij vijfde druk

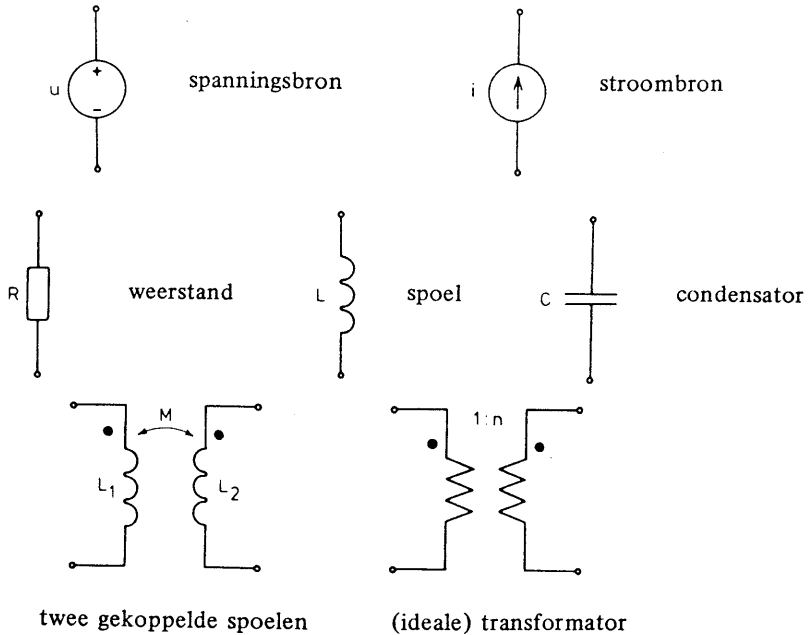
In deze nieuwe druk heb ik de theorie wat uitgebreid en enkele nieuwe vraagstukken toegevoegd.

A. Henderson, zomer 1993

# Inhoud

	blz.
Voorwoord	5
Symbolen en notaties	7
1. Inleiding	9
2. De orde van een netwerk	10
3. Eerste orde netwerken	11
4. Fysische beschouwingen	15
5. De differentiator	17
6. De operator $p$	18
7. Tweede orde netwerken	19
8. De karakteristieke vergelijking (KV)	23
9. De beginvoorwaarden	27
10. De continuïteitsstelling	29
11. De stootfunctie	31
12. Onderzoek van schakelverschijnselen met de methode van Laplace	34
(Laplace-tabel)	36
13. Het bewijs van enkele transformaties	45
14. De beginwaardetheorema's	47
15. Superpositie	48
16. De grootheden $p$ , $\lambda$ en $s$	52
17. Polen en nulpunten	52
18. Polen en nulpunten van laplacegetransformeerde bronsterkten	55
19. Uitbreiding van het polen-nulpuntenbeeld van een netwerk- functie bij inschakelen van een bron	56
20. Meervoudige polen	62
21. Het samenvallen van een pool en een nulpunt	62
22. Complexe resonantie	63
23. De stationaire toestand en het polen-nulpuntenbeeld	65
24. Residubepaling met het theorema van Heaviside	71
25. Residubepaling uit het polen-nulpuntenbeeld	74
26. Toestandsvergelijkingen	77
27. De verdeling van de beginenergie	90
28. Harmonische excitatie van een filter	92
29. Samenvattend voorbeeld	101
Vraagstukken	107
Antwoordenlijst	131
Literatuur	139
Trefwoordenlijst	140

## Symbolen en notaties



Een kleine letter ( $u$ ,  $i$ ) stelt een tijdsfunctie voor.

Een hoofdletter ( $U$ ,  $I$ ) is een constante, een complexe grootte of een laplacegetransformeerde grootte.

Een geschreven hoofdletter ( $\mathcal{U}$ ,  $\mathcal{I}$ ,  $\mathcal{F}$ ) is gereserveerd voor een matrix.

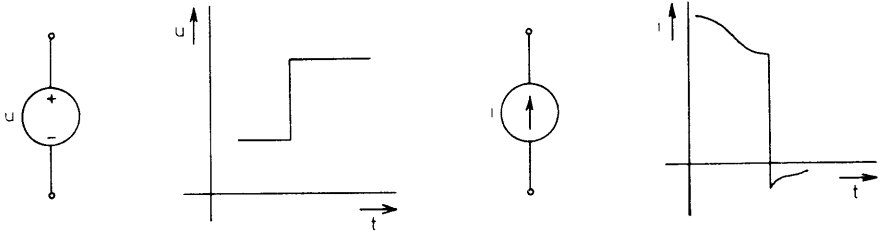
- A** = ampère, integratieconstante
- C** = capaciteit
- det** = determinant
- e** = grondtal van de natuurlijke logaritme
- F** = farad, functie (grootte in  $s$ -gebied)
- f** = tijdsfunctie
- H** = overdrachtsfunctie, henry
- I** = gelijkstroom
- i** = ogenblikkelijke stroom
- |||** = amplitude van de sinusvormige stroom, modulus van de complexe stroom
- j** = imaginaire eenheid
- J** = joule
- K** = constante
- L** = zelfinductie

lim	= limiet
M	= wederzijdse inductie
n	= transformatieverhouding
P	= gemiddeld vermogen
p	= differentiërende operator, pool, ogenblikkelijk vermogen
Q	= condensatorlading
R	= weerstand
S	= schakelaar
s	= seconde, laplace-operator
T	= periode
t	= tijd
U	= gelijkspanning
u	= ogenblikkelijke spanning
U	= amplitude van de sinusvormige spanning, modulus van de complexe spanning
V	= volt
W	= watt, energie
Y	= admittantie
Z	= impedantie
z	= nulpunt (zero)
$\delta$	= delta, symbool voor de stootfunctie
$\epsilon$	= epsilon, symbool voor de sprongfunctie van Heaviside
$\lambda$	= labda, variabele in de karakteristieke vergelijking
$\sigma$	= sigma, reële deel van $\lambda$
$\tau$	= tau, tijdconstante
$\Omega$	= ohm
$\omega$	= omega, hoekfrequentie, imaginaire deel van $\lambda$
*	= aanduiding voor toegevoegd complex
$1_n$	= eenheidsmatrix van de orde n



# 1. Inleiding

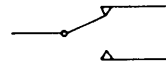
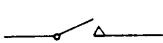
We spreken van schakelverschijnselen, als in een netwerk één of meer schakelaars van stand veranderen of als bronsterkten een discontinuïteit vertonen op een bepaald tijdstip.



spanningsbron

stroombron

We onderscheiden het *maak*contact, het *verbreek*contact en het *wissel*contact.



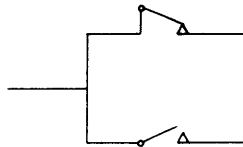
maakcontact

verbreek contact

wissel contact

We veronderstellen, dat alle schakelaars in een netwerk tegelijk van stand veranderen. Ook nemen we aan, dat de schakeltijd nul is.

Zonodig kan het wisselcontact vervangen worden door een maak- en een verbreekcontact:



Voor het schakelmoment kiezen we het tijdstip  $t = 0$ .

De getekende schema's gelden voor  $t < 0$ .

We nemen aan, dat een vorige schakelhandeling een oneindig lange tijd geleden heeft plaatsgevonden, zodat eventuele elektrische trillingen, als gevolg van die schakelhandeling zijn uitgedempt.

Voor het vervolg zijn van belang het ogenblik vlak vóór het schakelen:

$$t = 0^-$$

en het ogenblik vlak ná het schakelen:

Particuliere oplossing met complexe spanningen en stromen.

Voeg aan de tijdsfunctie  $u_2$  toe de complexe spanning  $U_2 = 5$  (reëel).

Dan is  $I = \frac{5}{3+4j} = \frac{1}{5}(3-4j)$ . Dus  $i_p = \frac{1}{5}(3 \cos 2t + 4 \sin 2t)$ .

Ga na, dat deze oplossing inderdaad voldoet aan de differentiaalvergelijking.

Dus:  $i = A e^{-\frac{3t}{2}} + \frac{1}{5}(3 \cos 2t + 4 \sin 2t)$

$$i(0^+) = 4 = A + \frac{3}{5}. \text{ Dus: } A = \frac{17}{5}.$$

Dus

$$i = \frac{1}{5}(17 e^{-\frac{3t}{2}} + 3 \cos 2t + 4 \sin 2t) \text{ A.}$$

Voor  $t \rightarrow \infty$  ontstaat  $i = 3 \cos 2t + 4 \sin 2t$  A; we noemen dit de stationaire toestand.

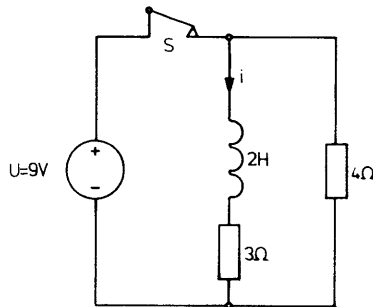
### Opmerking

In plaats van  $\frac{1}{5}(3 \cos 2t + 4 \sin 2t)$  zouden we ook kunnen schrijven  $\sin(2t + \arctan \frac{3}{4})$ . We geven hier de voorkeur aan de eerste schrijfwijze, omdat dan de berekening voor  $t=0$  eenvoudiger is.

## 4. Fysische beschouwingen

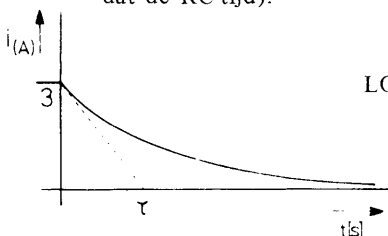
Het is vaak niet nodig eerste orde netwerken te berekenen, zoals dat hiervoor is gebeurd. We kunnen de oplossing vinden door het zoeken van enkele markante waarden door inspectie van het netwerk. Hieronder volgen enkele voorbeelden:

### Voorbeeld a



De bron is een gelijkspanningsbron. Op  $t=0$  wordt S geopend. Bepaal  $i(t)$  voor  $t > 0$ .

Oplossing: We lezen af  $i(0^-) = 3$  A. Dus  $i(0^+) = 3$  A. Voor  $t \rightarrow \infty$  zal  $i$  nul zijn. Voor zo'n netwerk met een spoel en een weerstand spreken we van de LG-tijd (bij een condensator met een weerstand was dat de RC-tijd).



$$LG = \tau = \frac{2}{7} \text{ s. Dus } i = 3 e^{-\frac{7t}{2}} \text{ A.}$$

Oplossing:

De KV is  $\lambda + 2 = 0$ . Wortel  $\lambda = -2$ .

Een particuliere oplossing ( $t \rightarrow \infty$ ) is 3 A. Verder is de condensatorspanning discontinu. De toegevoerde lading op  $t = 0$  is  $CU = 2 \cdot 5 = 10$  C.

De totale oplossing wordt derhalve  $i = i_L + i_C$  met  $i_L = Ae^{-2t} + 3$  en

$$i_C = 10\delta(t).$$

$$i_L(0^+) = 4 = A + 3. \text{ Hieruit volgt } A = 1.$$

De totale oplossing is dus:

$$i = e^{-2t} + 3 + 10\delta(t) \text{ A.}$$

## 12. Onderzoek van schakelverschijnselen met de methode van Laplace

Bij het onderzoek van schakelproblemen was het tot dusver steeds noodzakelijk bij het oplossen van differentiaalverschijnselen, die het systeem beschrijven, te beschikken over de condensatorspanningen en de spoelstromen op het tijdstip vlak ná het schakelen ( $t = 0^+$ ). Vaak zijn echter deze spanningen en stromen in eerste instantie bekend op het moment vlak vóór het schakelen ( $t = 0^-$ ), zodat een onderzoek naar de waarden op  $t = 0^+$  nodig was. Vaak kon men gebruik maken van de continuïteitsstelling. De grote moeilijkheid was het vinden van voldoende vergelijkingen om de integratieconstanten op te lossen, uitgaande van de gegeven beginspanningen van de condensatoren en beginstromen van de spoelen. Deze moeilijkheden kunnen worden ondervangen, als wij gebruik maken van de transformatie van Laplace. Het blijkt daarbij mogelijk direct in iedere maas- of knooppuntsvergelijking de beginwaarden op  $t = 0^-$  bij te voegen, zodat zelfs de bepaling van de waarden op  $t = 0^+$  niet nodig is. Verder is een aparte bepaling van een particuliere oplossing (bijvoorbeeld de stationaire toestand) overbodig. Bovendien blijkt deze methode zich bijzonder goed te lenen voor de berekening van stootfuncties en verschijnselen, die bekend zijn onder de naam complexe resonantie.

Een nadeel van deze methode is van didactische aard. De oplossing kan ont-aarden in een mathematische routine, waarbij het gevaar bestaat, dat het fysisch inzicht onvoldoende ontwikkeld wordt. Vandaar, dat begonnen werd met de directe oplossingsmethode. Tenslotte wordt opgemerkt, dat derde en hogere orde netwerken bijna niet met de directe methode kunnen worden opgelost. Ook hier wint de methode van Laplace het, hoewel dan mede bestudering van de zogenaamde toestandsvergelijkingen zinvol wordt.

Deze methode wordt later behandeld.

**Definitie.** Aan een tijdsfunctie  $f(t)$  wordt een functie van  $s$  toegevoegd volgens de formule

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

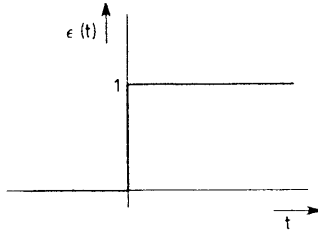
We noemen  $F(s)$  de laplacegetransformeerde van  $f(t)$ .

Men kan bewijzen, dat de overgang  $f(t) \rightarrow F(s)$  en omgekeerd eenduidig is.

We zullen in het vervolg een kleine letter voor tijdsfuncties en een grote letter voor s-functies gebruiken, dus

$$f \leftrightarrow F \quad u \leftrightarrow U \quad i \leftrightarrow I$$

**De sprongfunctie van Heavyside  $\epsilon(t)$ .** Deze is gedefinieerd als volgt:



$$\epsilon(t) = 0 \text{ voor } t < 0$$

$$\epsilon(t) = 1 \text{ voor } t \geq 0$$

$$\text{(soms kiest men } \epsilon(t) = \frac{1}{2} \text{ voor } t = 0.)$$

Berekening met de definitie-integraal levert op  $\epsilon(t) \rightarrow \frac{1}{s}$ .

De sprongfunctie maakt het mogelijk een functie, die voor  $t < 0$  nul is en voor  $t \geq 0$  een bepaalde vorm heeft, mathematisch te beschrijven, bijv.

$\epsilon(t) \sin \omega t$  is nul voor  $t < 0$  en is  $\sin \omega t$  voor  $t \geq 0$ .

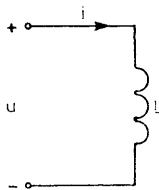
Omdat we toch in verreweg de meeste gevallen de functies voor  $t \geq 0$  beschouwen, zullen we meestal de factor  $\epsilon(t)$  weglaten.

Met nadruk wordt erop gewezen, dat de min in  $0^-$  essentieel is. Het houdt in, dat we de beginwaarden op  $t = 0^-$  mogen hanteren. Men kan bewijzen, dat we het netwerk mogen oplossen voor  $t \geq 0$ , terwijl we in de basisvergelijkingen toch de beginwaarden op  $t = 0^-$  mogen invullen!\*

Deze belangrijke eigenschap maakt het onnodig de waarden op  $t = 0^+$  apart uit te rekenen.

De wiskunde levert een grote verzameling van transformaties  $f \leftrightarrow F$ , voor de schakelverschijnselen is de tabel op de volgende blz. voldoende.

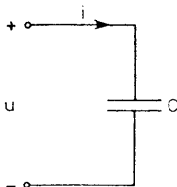
Toepassing op netwerken:



voor de spoel geldt

$$u = L \frac{di}{dt}. \text{ Laplace-getransformeerd:}$$

$$U = sLI - Li(0^-)$$



voor de condensator geldt  $i = C \frac{du}{dt}$ .

$$I = sCU - Cu(0^-) \text{ of}$$

$$U = \frac{1}{sC} I + \frac{u(0^-)}{s}$$

Let op het +-teken en op de noemer s.

\*) Het bewijs is in 1971 geleverd door prof.dr. K.M. Adams (TH Delft, afdeling Elektrotechniek, vakgroep Netwerkteorie).

$$U = \frac{s^2 + 2s + 5}{s} \cdot \frac{1}{(s+1)^2 + 4} = \frac{1}{s}$$

d.w.z.  $u = 1$  volt,

ongetwijfeld een verbazingwekkend resultaat.

## 23. De stationaire toestand en het polen-nulpuntenbeeld

We veronderstellen, dat de excitatie een harmonische functie is.

De frequentie is  $\omega$ , die positief is of gelijk aan nul. In het laatste geval hebben we een gelijkspanning of gelijkstroom.

In het complexe vlak is  $\omega \geq 0$  een punt op de positieve imaginaire as met inbegrip van het punt 0.

Is het P-N-beeld van een netwerkfunctie bekend (en is ook de factor K bekend, zie § 17), dan is daarmee de responsie in de stationaire toestand te vinden.

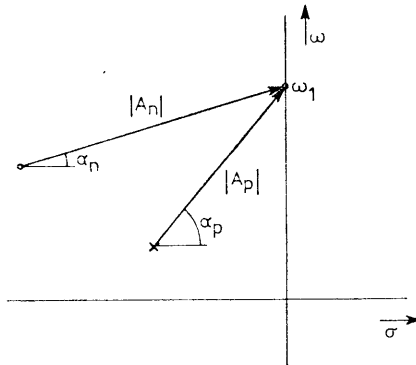
Immers, stel we hebben een impedantie

$$Z = K \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_n)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)},$$

dan is voor  $s = j\omega_1$ :

$$Z = K \frac{(j\omega_1 - z_1)(j\omega_1 - z_2) \dots (j\omega_1 - z_n)}{(j\omega_1 - p_1)(j\omega_1 - p_2) \dots (j\omega_1 - p_n)}$$

Alle factoren in de teller en in de noemer zijn wijzers in het complexe vlak. Voor één nulpunt en één pool hebben we de volgende constructie:



Uit het totaal van alle wijzers vinden we de modulus van Z door het product van alle nulpuntswijzers  $|A_n|$  te delen door het product van alle poolwijzers  $|A_p|$ . Hierbij dienen we de factor K niet te vergeten!

$$(p^2 \underline{x})_{t=0^+} = \mathcal{F}(p\underline{x})_{t=0^+} + \mathcal{G}(p\underline{w})_{t=0^+},$$

zodat nu alle tweede afgeleiden van de toestandsgrootheden op  $t = 0^+$  bekend zijn.

Door herhaald differentiëren vinden we de waarden van steeds hogere afgeleiden op  $t = 0^+$ .

Als **voorbeeld** kiezen we het eerste netwerk van deze paragraaf (zie ook §9):  
Uit de toestandsvergelijkingen volgt:

$$p \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix}_{t=0^+} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{25} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C(0^+) \\ i_L(0^+) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{25} \end{bmatrix} u_1(0^+)$$

Stel  $u_C(0^+) = -3\text{V}$ ,  $i_L(0^+) = 1\text{A}$  en  $u_1(0^+) = 8\text{V}$ .

Dan krijgen we:

$$p \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix}_{t=0^+} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{25} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{25} \end{bmatrix} 8$$

dus  $(pu_C)_{t=0^+} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1,$

in overeenstemming met het resultaat in par. 9.

Verder

$$(pi_L)_{t=0^+} = \frac{3}{25} + \frac{8}{25} = \frac{11}{25}.$$

Tot zover twee toepassingen van de toestandsvergelijkingen.

De oplossing van de toestandsvergelijkingen kan gebeuren in het tijdgebied. Deze staat bekend als de methode van Cayley-Hamilton. Deze vereist echter specifieke kennis van de matrixrekening (matrices in de exponent). We zullen dit niet doen, maar de oplossing zoeken met behulp van de laplacetransformaties, in het  $s$ -gebied dus.

Uit  $p\underline{x} = \mathcal{F}\underline{x} + \mathcal{G}\underline{w}$

volgt  $s\underline{\mathcal{X}} - \underline{x}(0^-) = \mathcal{F}\underline{\mathcal{X}} + \mathcal{G}\underline{\mathcal{H}}$

De hoofdletter  $\underline{\mathcal{X}}$  stelt de laplacegetransformeerde toestandsvector  $\underline{x}$  voor. Evenzo volgt  $\underline{\mathcal{H}}$  uit  $\underline{w}$ .

Dus  $(s\mathbf{1} - \mathcal{F})\underline{\mathcal{X}} = \mathcal{G}\underline{\mathcal{H}} + \underline{x}(0^-)$

dus  $\underline{\mathcal{X}} = (s\mathbf{1} - \mathcal{F})^{-1} \{ \mathcal{G}\underline{\mathcal{H}} + \underline{x}(0^-) \}$

Gegeven:  $u_2(0^-) = 0\text{V}$ ,  $u_3(0^-) = 2\text{V}$ ,  $i_4(0^-) = 0\text{A}$ .

De spanningsbron zullen we verderop vastleggen. Zie vraag c hieronder.

Gevraagd:

- bepaal de toestandsvector voor  $t \geq 0$ .
- bepaal de toestandsvergelijkingen voor  $t \geq 0$ .
- bepaal uit de toestandsvergelijkingen de spanning  $u_3(t)$  voor  $t \geq 0$ , als  $u_1$  een gelijkspanningsbron is van 11 V.

Oplossing:

a. De toestandsvector is  $\underline{x} = \begin{bmatrix} u_2 \\ i_4 \end{bmatrix}$  óf  $\underline{x} = \begin{bmatrix} u_3 \\ i_4 \end{bmatrix}$ , omdat óf  $u_3$  óf  $u_2$  een onafhankelijke condensatorspanning is. De speelstroom  $i_4$  is onafhankelijk.

b. We rekenen verder met  $\underline{x} = \begin{bmatrix} u_3 \\ i_4 \end{bmatrix}$

$$\text{Er geldt: } u_1 = u_2 + u_3 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}pu_3 = i_4 + pu_2 \quad (2)$$

$$u_2 = 3pi_4 + 2i_4 \quad (3)$$

Uit (1) en (3) volgt

$$u_1 = 3pi_4 + 2i_4 + u_3$$

Uit (1) en (2) volgt

$$pu_1 = \frac{1}{2}pu_3 - i_4 + pu_3 = \frac{3}{2}pu_3 - i_4$$

dus 
$$pu_3 = \frac{2}{3}i_4 + \frac{2}{3}pu_1$$

$$pi_4 = -\frac{1}{3}u_3 - \frac{2}{3}i_4 + \frac{1}{3}u_1$$

waarmee de toestandsvergelijkingen gevonden zijn:

$$p \begin{bmatrix} u_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ i_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2}{3}p \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix} u_1$$

c. De matrix  $\mathcal{G}$  bevat de operator  $p$ .

Bij de oplosmethode van Laplace veronderstellen we, dat alle bronsterkten op  $t = 0$  ontstaan (zie regel 6 van de "procedure" van § 12).

We krijgen dan het volgende netwerk:

$$\frac{du_0}{dt} + u_0 = \frac{du_1}{dt}$$

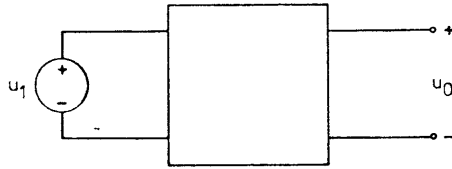
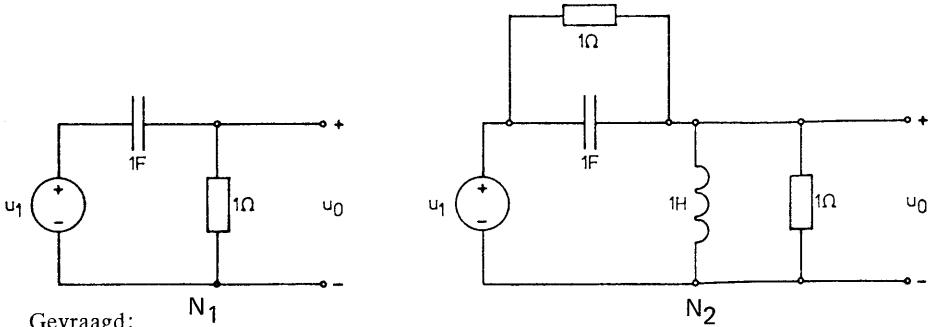


fig. A.

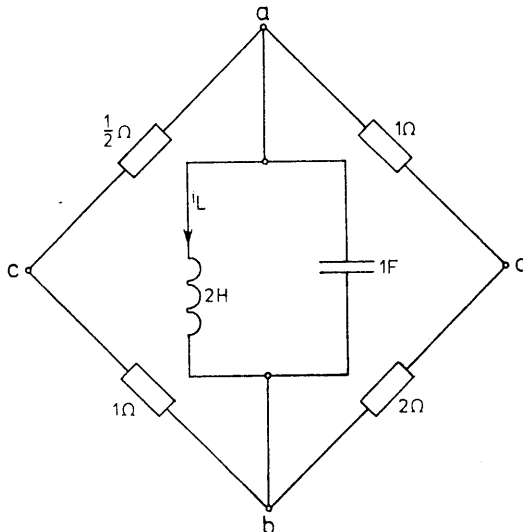
Verder zijn gegeven de netwerken  $N_1$  en  $N_2$  :



Gevraagd:

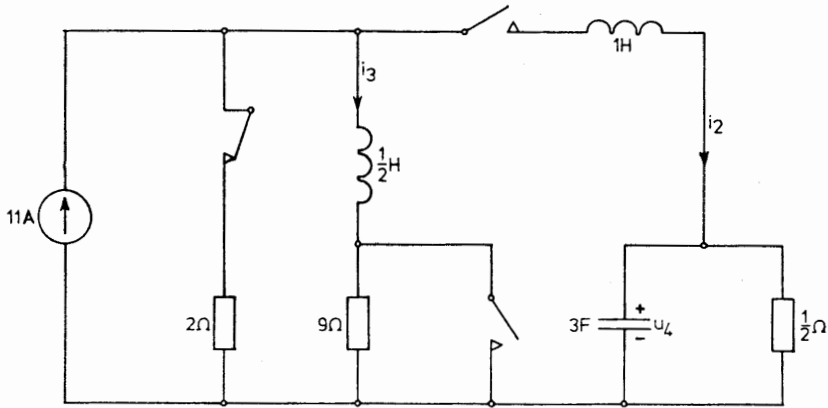
- Onderzoek of de netwerken  $N_1$  en  $N_2$  voldoen aan de gegeven differentiaalvergelijking. Licht uw antwoord kort toe.
- Bepaal toestandsvector van  $N_2$  en leid de toestandsvergelijkingen van  $N_2$  af.
- Bepaal  $u_0(t)$  voor  $t \geq 0$  als  $u_1 = 0$  voor alle  $t < 0$  en  $u_1 = 1$  voor alle  $t \geq 0$  voor beide netwerken.

22.





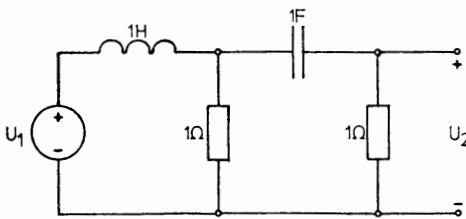
35. De bron is een gelijkstroombron.



Alle contacten worden gelijktijdig omgelegd.

Bereken  $u_4$ .

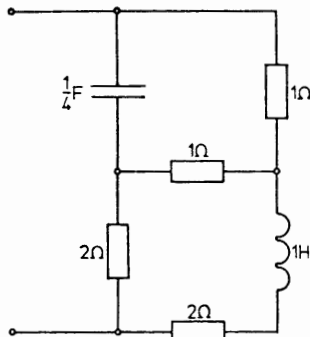
36.



a. Bepaal  $H = \frac{U_2}{U_1}$  als functie van de complexe frequentie  $\lambda$ .

b. Teken het polen-nulpuntenbeeld van  $H$ .

37.



a. Bepaal de impedantie  $Z(\lambda)$  van deze eenpoort als functie van de complexe frequentie  $\lambda$ .

b. Bereken  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} Z$  en  $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} Z$  en geef van uw uitkomst een fysische verklaring.

c. Teken het polen-nulpuntenbeeld van  $Z(\lambda)$ .