

deel1

ELEKTRISCHE CIRCUITS

model, structuur en dynamica

deel 1
ELEKTRISCHE CIRCUITS
model, structuur en dynamica

dr.ir. F.L. Neerhoff
universitair hoofddocent
Technische Universiteit Delft

© VSSD

Eerste druk 1992

Tweede druk 1997, 2004

DUP Blue Print is een imprint van:

Delft University Press

P.O. Box 98, 2600 MG Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 85678, telefax +31 15 27 85706, e-mail info@library.tudelft.nl

internet: <http://www.library.tudelft.nl/dup>

In opdracht van:

Vereniging voor Studie- en Studentenbelangen te Delft

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl

internet: <http://www.vssd.nl/hlf>

URL over dit boek: <http://www.vssd.nl/hlf/e018.htm>

Voor **docenten** zijn de figuren in dit boek in digitaal formaat beschikbaar. Een verzoek tot levering kan men richten aan e-mail hlf@vssd.nl.

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

Printed in the Netherlands

NUR 959

Trefw.: elektrische netwerken.

ISBN 90-407-1250-6

VOORWOORD

Dit studieboek is het eerste deel uit een reeks van vier. Het geheel biedt een fundamentele inleiding tot de theorie van elektrische circuits.

Elektrische circuits worden breed geïnterpreteerd. Niet-lineaire elementen worden van meet af aan in de theorie betrokken. Voorts worden meer-klemmen componenten toegelaten. Met name wordt aandacht besteed aan (niet-lineaire) transistor-circuits en circuits met (niet-lineaire) operationele versterkers.

Ofschoon de theorie tamelijk strak is opgezet, wordt de technisch-fysische realiteit nimmer uit het oog verloren. Het elektrische circuit als praktisch bruikbaar model staat centraal.

De circuitstructuur wordt vastgelegd in een geschikte matrix. De daarop gebaseerde tableau- en knooppuntmethode worden als algemeen toepasbare analyse methoden gepresenteerd. Zij lenen zich bij uitstek voor computergebruik. Tevens dienen zij als theoretisch en didactisch hulpmiddel.

Het toestandsconcept wordt reeds in een vroeg stadium geïntroduceerd. Daarmee wordt meteen perspectief geboden om de kwalitatieve dynamica van niet-lineaire circuits te onderzoeken. Bij lineaire circuits wordt overgestapt naar het frequentiedomein.

De vele oefeningen en vraagstukken vormen een geïntegreerd bestanddeel van de studiestof. Antwoorden van vraagstukken zijn toegevoegd.

De talloze verwijzingen naar de internationale vakliteratuur kunnen van nut zijn voor een ieder die zich verder wenst te verdiepen in de theorie van elektrische circuits.

F.L. Neerhoff

's Gravenhage, maart 1992

BIJ DE TWEDE DRUK

Zoveel mogelijk fouten zijn verbeterd. Voor het overige is deze druk op hoofdlijnen ongewijzigd.

F.L. Neerhoff

's Gravenhage, juli 1997

INHOUD

VOORWOORD	5
1 THEORIE EN MODEL	11
1.1 Het elektrische circuit	12
1.2 Natuurkundige basis	14
1.2.1 Basishypotheses	14
1.2.2 Het statische klemgedrag	15
1.2.3 Het dynamische klemgedrag	18
1.2.4 Basisgrootheden	22
1.2.5 Energetische eigenschappen	23
1.3 Het elektrische netwerk	23
1.3.1 Netwerkelementen	23
1.3.2 Modellen van componenten	25
1.3.3 Het elektrische netwerk of circuit	27
1.3.4 Bedradingsparasieten	29
1.4 De quasi-stationaire benadering	32
1.5 Eenheden	39
Samenvatting	40
Appendix 1.A Verdeelde netwerkelementen	41
Referenties	47
Vraagstukken	47
2 SIGNALLEN EN SYSTEMEN	49
2.1 Notatie van signalen	49
2.2 Signaaltypen	50
2.3 Speciale signalen	51
2.3.1 De puls	51
2.3.2 De impuls en de stap	54
2.3.3 Het harmonische signaal	59
2.4 Signaalvormen	63
2.4.1 Periodieke signalen	63
2.4.2 Quasi-periodieke signalen	69
2.4.3 Voorbijgaande signalen	70
2.4.4 Chaotische signalen	73
2.5 Systeemrelatie en toestand	73
2.6 Systeemkenmerken	76
2.6.1 Determinisme	76
2.6.2 Eenwaardigheid	76

2.6.3	Causaliteit	76
2.6.4	Geheugenwerking	76
2.6.5	Tijd-invariantie	77
2.6.6	Lineariteit	77
2.6.7	Stabiliteit	78
	Samenvatting	79
	Appendix 2.A Beweging op een torus	81
	Referenties	85
	Vraagstukken	85
	Antwoorden	88
3	KIRCHHOFF-VERGELIJKINGEN	91
3.1	Stroom en spanning	92
3.2	Energie en vermogen	94
3.3	Referentietekens	95
3.4	Netwerkcomponenten	97
3.5	Netwerkstructuur	98
3.6	Kirchhoff-grafen	108
3.7	Wetten van Kirchhoff	109
3.7.1	Stroomwet van Kirchhoff (KCL)	109
3.7.2	Spanningswet van Kirchhoff (KVL)	113
3.8	Meer-klemmen componenten	119
3.9	Matrixformulering	121
3.10	Het netwerktableau	127
	Samenvatting	129
	Appendix 3.A De rang van A_a	131
	Appendix 3.B Onafhankelijke netwerkvariabelen	132
	Referenties	134
	Vraagstukken	135
	Antwoorden	144
4	NETWERKELEMENTEN	151
4.1	Algemene definitie	152
4.2	De weerstand	153
4.2.1	Lineaire weerstanden	154
4.2.2	Tijd-invariante en tijd-variante weerstanden	157
4.2.3	Niet-lineaire weerstanden	158
4.2.4	Resistieve twee-klemmen componenten	163
4.2.5	Instelpunt en klein-sigitaal gedrag	168
4.3	De capaciteit	176
4.3.1	Lineaire capaciteiten	177
4.3.2	Niet-lineaire capaciteiten	181

4.4	De inductiviteit	183
4.4.1	Lineaire inductiviteiten	184
4.4.2	Niet-lineaire inductiviteiten	186
4.5	De memristor	188
4.6	Bronnen	189
4.7	Energetische eigenschappen	193
	Samenvatting	201
	Appendix 4.A Het Newton-Raphson algoritme	203
	Referenties	205
	Vraagstukken	206
	Antwoorden	216
5	NETWERKVERGELIJKINGEN	222
5.1	Een lineair resistief circuit	223
5.2	Een niet-lineair resistief circuit	228
5.3	Een dynamisch circuit	230
5.4	Dualiteit	235
5.5	Consistentie en validiteit	240
	Samenvatting	244
	Referenties	245
	Vraagstukken	245
	Antwoorden	252
6	EENVOUDIGE RESISTIEVE CIRCUITS	257
6.1	Lineaire circuits	258
6.1.1	Parallel- en serieverbindingen	258
6.1.2	Stroom- en spanningsdeling	261
6.1.3	Ladders en overdracht	262
6.1.4	Ster-driehoek equivalenten	264
6.1.5	Bron-equivalenten	267
6.2	Niet-lineaire circuits	273
6.2.1	Parallel- en serieverbindingen	273
6.2.2	Ladders en overdracht	281
6.2.3	Circuits met ideale dioden	285
6.2.4	Klein-sigitaal analyse	292
	Samenvatting	296
	Appendix 6.A Stuksgewijs affiene weerstanden	297
	Referenties	303
	Vraagstukken	304
	Antwoorden	318
	TREFWOORDEN	327

1

THEORIE EN MODEL

Als weerstanden, condensatoren, transistoren, generatoren en andere elektrotechnische bouwstenen zodanig met elkaar worden verbonden dat er elektrische stromen kunnen vloeien, ontstaat een *elektrisch circuit*, ook wel een elektrische *stroomketen* of *schakeling* genoemd. Elektrische circuits zijn in staat om allerlei technisch nuttige functies te verrichten. Zij spelen een sleutelrol in communicatie-apparatuur, computers en robots. Maar ook een uitgestrekt hoogspanningsnet is een elektrisch circuit.

De ingenieurswetenschap die het elektrische gedrag van elektrische circuits in formele zin bestudeert, heet de *netwerkteorie*. (De naam verwijst naar de mogelijke complexiteit van de bedrading; de Engelse benaming ‘*circuit theory*’ legt het accent op het circuleren van elektrische stromen in die bedrading.) Elektrische *spanningen* en *stromen* zijn de basisgrootheden, terwijl de bouwstenen waarmee de circuits zijn samengesteld als abstract *model* worden behandeld. Meer dan de overwegend toepassingsgerichte vakgebieden, tracht de circuittheorie te *generaliseren* en te *unificeren*. De resulterende analyse- en ontwerptheorieën dragen een sterk methodologisch karakter.

De circuittheorie is pas echt tot bloei gekomen met het gebruik van *lange-afstandskabels* ten behoeve van het eerste telefoonverkeer. De hieruit voortvloeiende theoretische inzichten hebben de basis gelegd voor wat nu de *klassieke filtertheorie* heet. Tevens voerde de noodzaak tot versterking van het spraaksignaal tot een ontwerptheorie voor zogeheten *teruggekoppelde versterkers*. De eerdere uitvinding van de elektronenbuis was daarbij van prominent belang. Een volgende, nog steeds actuele ontwikkeling werd in gang gezet door de revolutionaire opkomst van de *halfgeleider technologie*. Na de definitieve doorbraak van de *transistor*, werd het spoedig mogelijk om complete elektrische circuits van toenemende omvang als een samenhangend geheel van zeer geringe afmetingen te vervaardigen. Zulke *geïntegreerde circuits* staan bekend onder de naam *chip*.

Aldus is er in de loop der tijd een groeiende behoefte ontstaan om een steeds grotere *klasse van bouwstenen* in de theorie te betrekken, en werd het gewenst om bedradingen met alsmaar toenemende *complexiteit* te beheersen (Zie [1] voor een historisch overzicht.). Daarentegen is pas kort geleden onderkend dat zelfs zeer *eenvoudige*, maar essentieel *niet-lineaire* circuits een onverwacht ingewikkeld, *chaotisch* aandoend elektrisch gedrag kunnen vertonen [2].

Dit hoofdstuk biedt een *algemene oriëntatie* op de wetenschappelijke basis van de circuittheorie. Daarbij stellen wij ons op het standpunt dat de *elektromagnetische veldgrootheden* de fundamentele elektrotechnische entiteiten zijn. Beschouwingen van kwalitatieve aard moeten duidelijk maken dat men in de circuittheorie kan overstappen naar spanningen en stromen, daarbij afstand nemend van de elektromagnetische velden. Het type overweging dat daarbij wordt gehanteerd, is karakteristiek voor elke *modelvorming*. Kortweg is dit de kunst om de realiteit oordeelkundig in rekening te brengen. Het is een steeds terugkerend thema in dit hoofdstuk.

Onderdelen van het betoog zijn een voorzet op hetgeen in volgende hoofdstukken opnieuw aan de orde komt. *Daarom dienen minder bekende en niet nader toegelichte begrippen bij eerste lezing voor kennisgeving te worden aangenomen.* Niettemin ontwikkelt de lezer gaandeweg enig gevoel voor modelvorming en krijgt hij greep op het abstracte karakter van de theorie.

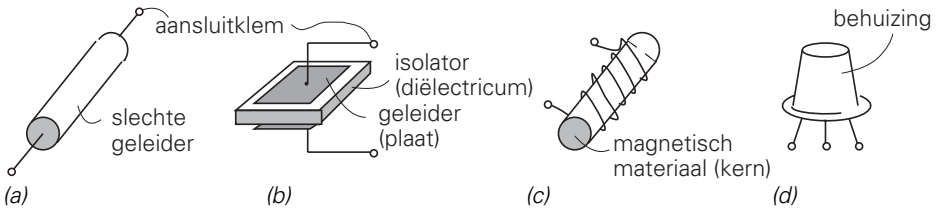
Na de inleidende notities van paragraaf 1.1, wordt in paragraaf 1.2 het elektrische gedrag van de *condensator*, de *spoel* en de *weerstand* behandeld. Daarbij wordt verondersteld dat elektrische spanningen en stromen steeds ondubbelzinnig zijn te meten met respectievelijk volt- en ampèremeters. In de praktijk blijkt dit echter alleen het geval als de aansluitdraden van de meters voldoende kort kunnen blijven. Genoemde veronderstelling (hypothese) is evenwel cruciaal voor het gelden van de circuittheorie. Daarom wordt in paragraaf 1.4 onderzocht hoe één en ander met elkaar valt te rijmen. Daar worden ook *criteria* gevonden waarbinnen de circuittheorie van toepassing is. Zij worden toegepast op zulke uiteenlopende elektrotechnische vakgebieden als de elektriciteitsvoorziening en de micro-elektronica.

In paragraaf 1.3 wordt een *elektrisch circuit* gedefinieerd als een samenstel van circuitelementen. Een *circuitelement* brengt een niet verder te ontleden elektromagnetisch verschijnsel apart in rekening. Onder de in paragraaf 1.4 besproken voorwaarden blijkt het mogelijk om het elektrische gedrag van elektrische circuits met behulp van een beperkte klasse van zulke elementen of primitieven te verklaren. Voorts komen in paragraaf 1.3 allerlei *modelkenmerken* aan de orde. Paragraaf 1.5 geeft een overzicht van de gebruikte *eenheden*.

1.1 HET ELEKTRISCHE CIRCUIT

Onder een *elektrisch circuit* verstaan we een samenstel van elektrotechnische bouwstenen of *componenten*, onderling verbonden door elektrische stroomgeleiders (bijvoorbeeld koperdraad).

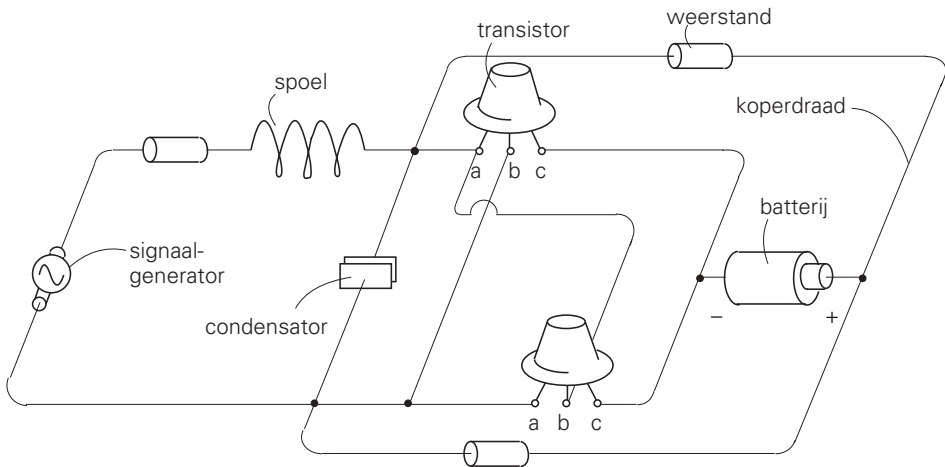
Bekende voorbeelden van componenten zijn de *weerstand*, de *diode*, de *batterij*, de *elektrische lamp*, de *schakelaar*, de *transistor*, de *condensator*, de *spoel*, de *transformator* en de *elektromotor*. De *elektrische signaalgenerator* en het *stopcontact* beschouwen we ook als component. Evenals de batterij zijn het



Figuur 1.1. Een discrete weerstand (a), condensator (b), spoel (c) en transistor (d).

voorbeelden van een elektrische energiebron. In figuur 1.1 zijn enkele componenten afgebeeld. Ze zijn steeds voorzien van twee of meer *aansluitklemmen* (Eng. terminals).

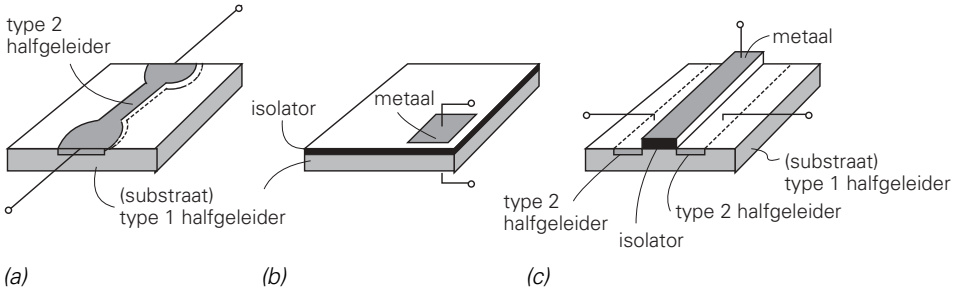
De in figuur 1.1 weergegeven technische uitvoeringsvormen (realisaties) heten *discreet*, omdat zij los van elkaar worden vervaardigd. Figuur 1.2 toont een voorbeeld van een (discreet) circuit.



Figuur 1.2. Een elektrisch circuit.

Bij een *geïntegreerd circuit* of *IC* (van Eng. Integrated Circuit) ontstaan de componenten samen met de onderlinge elektrische verbindingen gelijktijdig op hetzelfde minuscule schijfje halfgeleider materiaal (het substraat). Naar de schilfer (Eng. chip) halfgeleider materiaal wordt een IC ook een *chip* genoemd. In figuur 1.3 zijn een geïntegreerde weerstand, condensator en transistor terwille van de overzichtelijkheid los van elkaar afgebeeld. (Het is niet goed mogelijk om een geïntegreerde spoel te fabriceren.)

In het elektrische circuit spelen zich allerlei natuurkundige processen af. Als gevolg van de elektrische energiebron(nen) gaan er elektrische stromen vloeien en ontstaan er elektrische en magnetische velden. Op hun beurt veroorzaken deze velden mechanische krachten op de componenten en verbindingdraden. Tevens zijn er temperatuurstijgingen en chemische veranderingen waar te nemen.



Figuur 1.3. Een geïntegreerde weerstand (a), condensator (b) en transistor (c).

De circuittheorie concentreert zich op het *elektrische* gedrag van het circuit. Optredende mechanische, thermische en chemische processen worden niet bestudeerd. Bovendien wordt aangenomen dat de componenten in beginsel niet toegankelijk zijn voor inwendige metingen; zij worden als het ware als een *zwarte doos* (Eng. black box) opgevat. Wat over blijft zijn de *uitwendig*, aan de *klemmen* te meten spanningen en stromen. Het *elektrische klemgedrag* staat centraal.

De vraag rijst nu in hoeverre deze selectieve aandacht voor het elektrische klemgedrag tot een vruchtbare theorie kan leiden. Een theorie, waarvan de logische consequenties in overeenstemming zijn met de technische realiteit. In de volgende paragrafen wordt op deze vraag ingegaan.

1.2 NATUURKUNDIGE BASIS

De circuittheorie is gebaseerd op de algemene *elektriciteitsleer*. Daarin zijn de elektromagnetische *veldgrootheden* de basisgrootheden, terwijl elektrische spanningen en stromen als afgeleide grootheden naar voren komen. In deze paragraaf wordt geïllustreerd hoe de veldgrootheden zich vertalen naar spanningen en stromen. Paragraaf 1.4 stelt deze kwestie in breder perspectief.

1.2.1 Basishypothesen

Het is een experimenteel gegeven dat elektrische lading gekwantiseerd voorkomt. De kleinst mogelijke hoeveelheid elektrische lading is die van het *elektron*. Elke ladingshoeveelheid is daar een veelvoud van.

In de circuittheorie wordt echter verondersteld dat alle elektrische lading is uitgesmeerd. Dit heet de *continuüm hypothese*. De hypothese vindt haar rechtvaardiging in de omstandigheid dat er buiten de componenten om steeds *zóveel* ladingsdragers bij het ladingstransport zijn betrokken, dat het individuele gedrag van een ladingsdrager geheel in het groepsgedrag opgaat. Daarom spelen quantummechanische overwegingen in de circuittheorie geen rol.

Voorts wordt verondersteld dat de optredende elektrische *spanningen* en *stromen* *ondubbelzinnig* zijn te meten met respectievelijk *volt-* en *ampèremeters*. Dit

komt er praktisch op neer dat de ruimtelijke positie van de meters wordt verondersteld geen invloed te hebben op de gemeten waarden. In paragraaf 1.4 wordt toegelicht dat deze hypothese ten nauwste samenhangt met het gelden van de twee *wetten van KIRCHHOFF*. Deze luiden als volgt.

- (1.1)
- Wetten van KIRCHHOFF*

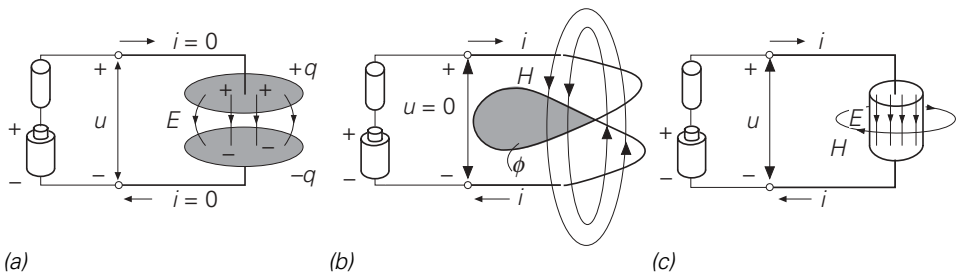
 1. De som van de naar een verbindingspunt toevloeiende elektrische stromen is op elk moment gelijk aan de som van de van dat punt afvloeiende stromen.
 2. De som van de meewerkende elektrische spanningen in een gesloten keten is op elk moment gelijk aan de som van de tegenwerkende spanningen in die keten.

In tegenstelling tot de algemeen geldige wetten van MAXWELL voor elektromagnetische veldgrootheden, gelden de wetten van KIRCHHOFF voor spanningen en stromen slechts onder voorwaarden (zie paragraaf 1.4 voor de onderlinge samenhang tussen de wetten van MAXWELL en KIRCHHOFF). Binnen het kader van de circuittheorie worden de wetten van KIRCHHOFF echter als *postulaat* opgevat. Ze zijn hier slechts genoteerd als gedachtebepaling en dienen thans voor kennisgeving te worden aangenomen.

1.2.2 Het statische klemgedrag

In deze en de volgende paragraaf bespreken wij de werking van respectievelijk de *condensator*, de *spoel* en de *weerstand*. Daarbij spitsen wij ons toe op het *elektrische klemgedrag* van deze componenten.

Beschouw dan eerst figuur 1.4, alwaar de optredende elektromagnetische velden in genoemde componenten schematisch zijn weergegeven. De componenten zijn elk via een weerstand met een *batterij* verbonden. Daar de batterij een *constante* spanning afgeeft, zullen de optredende elektrische grootheden een *statisch* gedrag vertonen.



Figuur 1.4. Een condensator (a), een spoelwinding (b) en een weerstand (c) zijn via een weerstand met een batterij verbonden.

De werking van de *condensator* berust op het verzamelen van *elektrische lading* op de platen. Dit gaat gepaard met een gebundeld *elektrisch veld* in de ruimte tussen die platen (figuur 1.4(a)). Het wiskundige verband tussen de elektrische veldsterkte E en de lading q wordt beschreven door de wetten van de elektrostatica. Symbolisch noteren wij

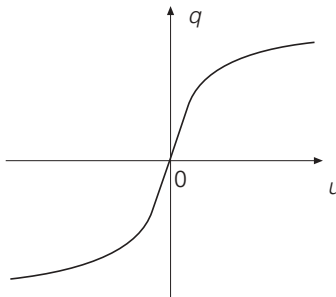
$$(1.2) \quad q \text{ (op de platen)} \bullet \text{---} \bullet E\text{-veld (in de ruimte).}$$

Het E -veld manifesteert zich *aan de klemmen* van de condensator als de *spanning* u . Er kan daarom worden gesteld dat het *statische klemgedrag* van de condensator volledig is getypeerd als bij elke waarde van u de verzamelde lading q bekend is. Dit rechtstreekse verband tussen q en u heet de *statische klemrelatie* van de condensator, die wij hier als volgt noteren

$$(1.3) \quad \boxed{q \bullet \text{---} \bullet u \quad \text{met } q \text{ en } u \text{ constant in de tijd} \quad (\text{condensator})}$$

Door bij elke waarde van u steeds de waarde van q te *meten*, is de klemrelatie (1.3) experimenteel te achterhalen. Het is duidelijk dat naast de fysieke *afmetingen* van de condensator, tevens de *elektrische eigenschappen* van het (niet afgebeelde) *diëlectricum* via (1.2) in (1.3) zullen doorwerken.

Het is natuurlijk ook mogelijk om het wiskundige verband (1.3) grafisch weer te geven. Figuur 1.5 toont hoe zo'n grafiek eruit zou kunnen zien.



Figuur 1.5. Een grafiek van de statische klemrelatie $q \bullet \text{---} \bullet u$ (condensator).

Een *spoel* concentreert het magnetische veld tot een magnetische flux (figuur 1.4(b)). Het wiskundige verband tussen de magnetische veldsterkte H en de flux ϕ wordt beschreven door de wetten van de magnetostatica. Symbolisch noteren wij

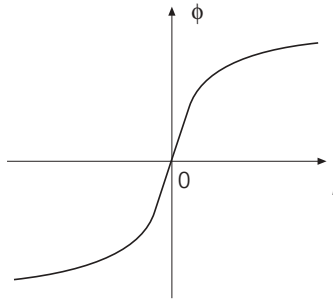
$$(1.4) \quad \phi \text{ (tussen de windingen)} \bullet \text{---} \bullet H\text{-veld (in de ruimte).}$$

Het H -veld manifesteert zich *aan de klemmen* van de spoel als de *stroom* i (wet van AMPÈRE). Er kan daarom worden gesteld dat het *statische klemgedrag* van de spoel volledig is getypeerd als bij elke waarde van i de geconcentreerde flux ϕ bekend is.

Dit rechtstreekse verband tussen ϕ en i heet de *statische klemrelatie* van de spoel, die wij hier als volgt noteren

$$(1.5) \quad \phi \bullet \text{---} \bullet i \quad \text{met } \phi \text{ en } i \text{ constant in de tijd} \quad (\text{spoel})$$

Door bij elke waarde van i steeds de waarde van ϕ te *meten*, is de klemrelatie (1.5) experimenteel te achterhalen. Het is duidelijk dat naast de fysieke *afmetingen* van de spoel, tevens de *magnetische eigenschappen* van het (niet afgebeelde) *kernmateriaal* via (1.4) in (1.5) zullen doorwerken. Figuur 1.6 toont hoe de grafische weergave van het wiskundige verband (1.5) eruit zou kunnen zien.



Figuur 1.6. Een grafiek van de statische klemrelatie $\phi \bullet \text{---} \bullet i$ (spoel).

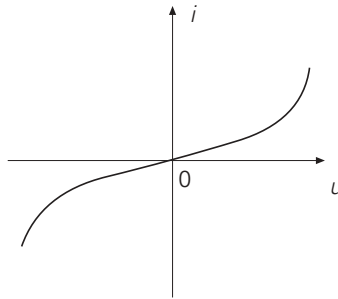
De werking van de *weerstand* berust op het weerstand bieden aan een onbelemmerde stroomdoorgang. Het resulterende ladingstransport uit zich *aan de klemmen* van de weerstand als de *stroom* i . Om de door het weerstandsmateriaal geboden tegenwerking te overwinnen, is een elektrisch veld nodig (figuur 1.4(c)). Dit E -veld manifesteert zich *aan de klemmen* van de weerstand als de *spanning* u .

Merk op dat als gevolg van de klemgrootte i , tevens een *magnetisch veld* in de weerstand aanwezig is (wet van AMPÈRE). Dit statische H -veld levert echter geen bijdrage aan de andere klemgrootte u . Dientengevolge wordt het mechanisme ‘weerstand bieden’ er niet door beïnvloed. Er kan daarom worden gesteld dat het *statische klemgedrag* van de weerstand volledig is getypeerd als bij elke waarde van u de stroom i bekend is. Dit rechtstreekse verband tussen i en u heet de *statische klemrelatie* van de weerstand, die wij hier als volgt noteren

$$(1.6) \quad i \bullet \text{---} \bullet u \quad \text{met } i \text{ en } u \text{ constant in de tijd} \quad (\text{weerstand})$$

Door de waarde van i bij elke waarde van u te *meten*, kan de klemrelatie (1.6) experimenteel worden achterhaald. Het is daarom niet nodig gebruik te maken van de wetten van de elektrostatica en de magnetostatica die de optredende E - en H -velden in de weerstand beschrijven. Duidelijk is wel, dat naast de fysieke *afmetingen* van de weerstand, tevens de *elektrische eigenschappen* van het *weerstandsmateriaal*

in (1.6) zullen doorwerken. Figuur 1.7 geeft een mogelijke grafiek van het wiskundige verband (1.6).



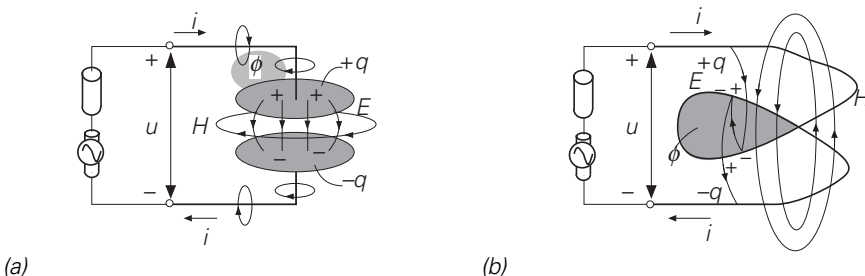
Figuur 1.7. Een grafiek van de statische klemrelatie i — u (weerstand).

Merk nu op dat er in de klemrelaties (1.3), (1.5) en (1.6) *geen afstandsmaat* voorkomt. Daarom is het principieel onmogelijk om informatie over de ruimtelijke veldverdelingen uit deze relaties te distilleren. Het elektromagnetische veld uit zich *aan de klemmen* alsof het is geconcentreerd in een *puntvormige* component.

Tot slot wordt er op gewezen dat er vanwege de *constante* batterijspanning géén stroom door de condensator vloeit ($i = 0$ in figuur 1.4(a)), en géén spanning over de perfect geleidend veronderstelde spoelwinding(en) staat ($u = 0$ in figuur 1.4(b)).

1.2.3 Het dynamische klemgedrag

De situatie wijzigt als in plaats van de batterij een *elektrische signaalgenerator* met voortdurend *variërende* sterkte wordt gebruikt. De dan optredende toestand is in figuur 1.8 *op zeker tijdstip t* schematisch weergegeven. (Het is niet de bedoeling dat men zich in dit stadium bekommert over de herkomst van de plus- en mintekens of de richting van de pijlpunten.) Als gevolg van de variërende sterkte van de signaalgenerator, zullen de waarden van de elektrische grootheden eveneens *in de tijd bewegen*. Men zegt dat de grootheden een *dynamisch* gedrag vertonen.



Figuur 1.8. Een condensator (a) en een spoelwinding (b) zijn via een weerstand met een elektrische signaalgenerator verbonden.

Voor het condensatorcircuit van figuur 1.8(a) houdt de tijdsafhankelijkheid in, dat met name de verzamelde lading q een *variërende* waarde $q(t)$ krijgt. Zo ook het met $q(t)$ gepaard gaande elektrische veld $E(t)$, dat *aan de klemmen* een naar zal blijken niet langer als enige oorzaak, *variërende spanning* $u(t)$ genereert. En, omdat een in de tijd *variërend* elektrisch veld altijd een eveneens *variërend* magnetisch veld $H(t)$ opwekt, zal *aan de klemmen* nu ook een *variërende stroom* $i(t)$ merkbaar zijn (wet van AMPÈRE-MAXWELL).

De grootte van i is volgens de wet van behoud van lading (er kan nimmer ergens netto elektrische lading ontstaan of verloren gaan) juist gelijk aan de mate waarin q verandert, dus

$$(1.7) \quad i(t) = \frac{dq(t)}{dt}.$$

Zie nog in dat er naast de lading $q(t)$, nu ook een met $H(t)$ gepaard gaande *variërende magnetische flux* $\phi(t)$ in de condensator ontstaat (figuur 1.8(a)). Maar er is meer. Het *variërende H-veld* houdt namelijk niet alleen de klemstroom $i(t)$ in stand, maar levert bovendien een *extra* bijdrage aan de *andere* klemgrootte u (inductiewet van FARADAY-MAXWELL)!

Om de invloed van deze complicatie te kunnen *schatten*, merken we op dat de overgang van een statisch E -veld (geen opgewekt H -veld) naar een *langzaam variërend E-veld* (wel een opgewekt H -veld) naar verwachting *geleidelijk* zal plaats vinden [3]. Dientengevolge zal een zeer traag *variërend E-veld* een relatief zwak H -veld opwekken. En, omdat dit toch al *zwakke H-veld* dezelfde trage variaties vertoont als het E -veld waardoor het wordt opgewekt, zal volgens dezelfde redenering de extra spanningsbijdrage enkele ordes kleiner zijn dan de door het E -veld veroorzaakte spanning.

Aldus komen wij tot de slotsom dat de extra spanningsbijdrage bij zeer trage variaties (zogenaamde *quasi-statische* variaties) toch nog als een te verwaarlozen neveneffect kan worden aangemerkt. Echter, naarmate de variaties sneller verlopen, verwachten wij dat de *variaties* in $H(t)$ en dus in $\phi(t)$, een rol van toenemende betekenis zullen spelen.

Het kan nu duidelijk zijn dat het *klemgedrag* van de condensator slechts *ten dele* is getypeerd als bij elke waarde van u de verzamelde lading q bekend is. De karakterisering wordt echter *nauwkeuriger*, naarmate de variaties in q en u trager verlopen (quasi-statische variaties). In dat geval gaat de statische klemrelatie (1.3) over in de volgende *quasi-statische klemrelatie* (vergelijk figuur 1.8(a))

$$(1.8) \quad \boxed{q(t) \bullet \text{---} \bullet u(t) \quad \text{met} \quad \frac{dq(t)}{dt} = i(t) \quad (\text{condensator})}$$

Merk nog op dat de suggestie wordt gewekt alsof de stroom i dwars door de ruimte tussen de condensatorplaten passeert (figuur 1.8(a)). Dit is minder vreemd als

op het eerste gezicht lijkt, als bedacht wordt dat de in het tijdsinterval Δt naar plaat 1 toevloeiende lading $+\Delta q$ nagenoeg gelijktijdig een even grote maar tegengestelde lading $-\Delta q$ naar plaat 2 laat vloeien (elektrische inductie). Welnu, een stroom van negatieve lading naar plaat 2 *toe* gericht, heeft aan de klemmen dezelfde uitwerking als een stroom van positieve lading van plaat 2 *af* gericht.

Het is één van de verdiensten van J.C. MAXWELL dat hij in de ruimte tussen de condensatorplaten een niet-materiële ‘stroom’ postuleerde — *MAXWELL’s verplaatsingsstroom* — die op elk tijdstip inderdaad even groot is als de materiële stroom i in de verbindingsdraden! Hiermee was de wet van AMPÈRE-MAXWELL een feit [4].

Tot slot wordt er op gewezen dat de *netto* lading op de condensator op elk tijdstip nagenoeg gelijk is aan *nul* coulomb. De condensator separeert de verzamelde lading op elk moment in twee even grote, maar tegengesteld geladen porties $+q$ en $-q$.

Beschouw nu figuur 1.8(b). De tussen de spoelwinding geconcentreerde flux ϕ heeft ook hier een *variërende* waarde $\phi(t)$. Zo ook het met $\phi(t)$ gepaard gaande magnetische veld $H(t)$, dat *aan de klemmen* een *variërende stroom* $i(t)$ teweeg brengt. En, omdat een in de tijd *variërend* magnetisch veld altijd een eveneens *variërend* elektrisch veld $E(t)$ opwekt, zal *aan de klemmen* nu ook een *variërende spanning* $u(t)$ ontstaan. De grootte van u is volgens de inductiewet van FARADAY-MAXWELL juist gelijk aan de mate waarin ϕ verandert, dus

$$(1.9) \quad u(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}.$$

Zie nog in dat naast de flux $\phi(t)$, nu ook een met $E(t)$ gepaard gaand variërende elektrische lading $q(t)$ in de spoel ontstaat (figuur 1.8(b)). Op grond van het eerder aangehaalde *geleidelijkheidsbeginsel* kan echter worden geconcludeerd dat de invloed van deze complicatie van afnemende betekenis zal zijn, naarmate de variaties trager verlopen.

Het moet nu duidelijk zijn dat het *klemgedrag* van de spoel slechts *ten dele* is getypeerd als bij elke waarde van i de geconcentreerde flux ϕ bekend is. De karakterisering wordt echter *nauwkeuriger*, naarmate de variaties in ϕ en i trager verlopen (quasi-statische variaties). In dat geval gaat de statische klemrelatie (1.5) over in de volgende *quasi-statische klemrelatie* (vergelijk figuur 1.8(b))

$$(1.10) \quad \boxed{\phi(t) \bullet \text{---} \bullet i(t) \quad \text{met} \quad \frac{d\phi(t)}{dt} = u(t) \quad (\text{spoel})}$$

Eerder zagen wij dat in de weerstand zowel een E -veld als een H -veld aanwezig is (figuur 1.4(a)). Indien de weerstand met een elektrische signaalgenerator is verbonden, zal met de dan *variërende* veldbestanddelen een *variërende* lading $q(t)$ en een *variërende* flux $\phi(t)$ gepaard gaan. De te beredeneren verdere consequentie is