

# **Vezelversterkte kunststoffen**

Mechanica en ontwerp



# **Vezelversterkte kunststoffen**

Mechanica en ontwerp

A.H.J. Nijhof

© VSSD

Eerste druk 2004-2006

Uitgegeven door de VSSD

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: [hlf@vssd.nl](mailto:hlf@vssd.nl)

internet: <http://www.vssd.nl/hlf>

URL met informatie over dit boek: <http://www.vssd.nl/hlf/m010.htm>

Aan docenten die dit boek in cursusverband gebruiken, kunnen de illustraties in dit boek desgewenst in digitale vorm beschikbaar gesteld worden. Men kan de collectie aanvragen bij emailadres [hlf@vssd.nl](mailto:hlf@vssd.nl)

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

*All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photo-copying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.*

Printed in The Netherlands

NUR 914, 971

Trefw.: vezelversterkte kunststoffen

ISBN-10 90-407-2484-9 ISBN-13 978-90-407-2484-8

# Voorwoord

Moderne vezelversterkte kunststoffen dateren uit de vliegtuigbouw rond het begin van de tweede wereldoorlog. Sedertdien is de ontwikkeling en toepassing ervan gestaag voortgezet. Niet alleen in de lucht- en ruimtevaart, maar ook in andere sectoren van de techniek, met name in de chemische technologie en de transportsector; en met bekende toepassingen in de sport, zoals ski's, polsstokken, tennisrackets, hockeysticks, surfplanken, roeiboten en zeiljachten. Zo werd er binnen de Afdeling Werktuigbouwkunde van de Technische Hogeschool te Delft onder leiding van prof. dipl.-ing. J. Beyer, hoogleraar Textieltechniek, een pottwijnmachine ontwikkeld, waarvan de potten – een soort centrifuges – een vezelversterkte kunststof (vvk) wand hadden. Een van de aanknopingspunten was de in de textielwereld bekende wikkeltechniek, waarmee nu buizen en vaten werden vervaardigd uit in hars gedrenkte garens. De leeropdracht van zijn opvolger, prof. ir. K. van Harten, omvatte dan ook, naast Textieltechniek, Vezelversterkte Kunststoffen. In zijn laboratorium is op laatstgenoemd terrein voornamelijk onderzoek verricht aan vervaardigingstechnieken die zijn samen te vatten onder de term Resin Transfer Moulding, met de nadruk op de zogenaamde vacuüminjectie van hars in met droog, langvezelig materiaal gevulde mallen.

Om te kunnen concurreren met conventionele constructiematerialen is het noodzakelijk om de mogelijkheid de eigenschappen van een vvk constructie of onderdeel richting te geven, zoveel mogelijk te benutten. Voor het optimaal ontwerpen van en in vvk is daarom kennis van en rekenen met richtingsafhankelijke eigenschappen onontbeerlijk. In dat kader zijn twee colleges opgezet: 'Ontwerpen in vezelversterkte kunststoffen', een derdejaars keuzevak voor werktuigbouwkundige en andere studenten, en een hoofdvakcollege 'Mechanica van vezelversterkte kunststoffen'. Het collegedictaat van het derdejaarsvak dat voornamelijk is gebaseerd op de laminatentheorie, is ook op hts-en (de tegenwoordige technische hogescholen) gebruikt. Beide dictaten zijn nu geïntegreerd in dit boek.

De geboden stof is er op gericht om inzicht te kweken in vooral het mechanisch gedrag van vvk's. Om het boek tevens geschikt te maken voor zelfstudie wordt de theorie in kleine stappen aangeboden.

Bij de opzet van de stof is uitgegaan van de begrippen stijfheid en sterkte, en van een macro- en een microniveau om naar vvk's te kijken.

Op macroschaal wordt vvk als zijnde homogeen maar anisotroop beschouwd. Dit leidt tot gebruik van de lineaire elasticiteitstheorie voor homogene, anisotrope materialen. En qua sterkte tot een fenomenologische behandeling van breukcriteria voor dergelijke materialen. Deze materie wordt vervolgens in verschillende hoofdstukken toegepast, met de nadruk op een stijfheid- en sterkteanalyse van laminaten, regels voor de opbouw van laminaten – het koppelgedrag en het vermijden ervan – en optimalisatie. Kort is aandacht besteed aan hygrothermische effecten, fysische transportverschijnselen en de tijdsafhankelijkheid van het mechanisch gedrag. Praktische berekeningen zijn gebaseerd op experimenteel verkregen waarden van stijfheid en sterkte. Zo kan dit gedeelte van de stof apart worden bestudeerd. (Zie onderstaand selectief spoor door het boek.)

Om de richtingsafhankelijke stijfheidseigenschappen van vvk te schatten op basis van samenstelling en eigenschappen van de componenten zijn modellen nodig waarbij de componenten duidelijk zijn te onderscheiden. Naast de eenvoudige modellen worden

voor een beter begrip ook meer ingewikkelde modellen behandeld. Ook voor het leren begrijpen van het breukgedrag is het nodig het materiaal op vezelniveau te benaderen, waarbij ook een beroep wordt gedaan op inleidende breukmechanica.

In het laatste hoofdstuk wordt de stof gebruikt bij de modelvorming van weefselversterking, en bij het analyseren van twee werktuigkundige vvk-toepassingen: bladveren en vliegwielen.

De intentie van het boek is een Nederlandstalige ingang te vormen voor de merendeels Engelstalige vakliteratuur. De technische vakliteratuur is toegespitst op het materiaal en het ontwerpen en vervaardigen erin en ervan. In die literatuur wordt voornamelijk gebruikgemaakt van de verkorte indexnotatie voor spanningen, vervormingen en elasticiteitsconstanten. (Dat is ook het geval in onderstaand selectief spoor.) Voor degenen die zich verder willen verdiepen in de meer theoretische vakliteratuur is ook de tensornotatie ingeleid en op sommige plaatsen toegepast. Deze gedeelten kunnen zonder ernstig bezwaar worden overgeslagen.

Belangrijke bronartikelen staan in de tekst vermeld. Voor verdere verdieping wordt verwezen – met een nummer tussen vierkante haken – naar de boeken in de, overigens beknopte, literatuurlijst. Met behulp van internet is deze moeiteloos aan te vullen met meer recente werken.

Bij het afronden van het manuscript heb ik dankbaar gebruik kunnen maken van de kritiek van dr.ir. K.M.B. Jansen en vooral van het stimulerende en aanvullende commentaar van prof.dr.ir. R. Marissen.

Delft, 2003.

Ir. A.H.J. Nijhof

Een **selectief spoor** door de stof, met de nadruk op stijfheid en sterkte van laminaten. De vezelversterkte kunststof wordt daarbij opgevat als zijnde homogeen en anisotroop.

1. Inleiding.
2. Continuümmechanica van homogene, anisotrope materialen.  
*Paragrafen 2 en 7 overslaan.*
3. Continuümmechanica van orthotrope lagen.  
*Paragraaf 3 overslaan.*
4. Micromodellen voor composietstijfheden.  
*Alleen de formules (4.39, 40, 41 en 43) zonder afleiding, plus par. 7.*
5. Breukcriteria.  
*Behalve de afleidingen in subparagraaf 1.2.*
8. De klassieke laminatentheorie.  
*Paragraaf 4 overslaan.*
9. De invloed van de opbouw van een laminaat.  
*Paragrafen 2 en 5 overslaan.*
10. Het optimaliseren tijdens het ontwerpen.
12. Toepassingsvoorbeelden.  
*Paragraaf 1 overslaan.*

# Inhoud

Voorwoord	v
1. Inleiding	1
1.1. De anisotropie van vezelversterkte kunststoffen	1
1.2. Kort historisch overzicht	2
1.3. Samenstelling; mengselregel	4
1.4. Technische constanten van een anisotroop materiaal	5
1.5. Eenvoudige modellen voor de stijfheid van unidirectioneel materiaal	7
1.6. Eenvoudige modellen voor de sterkte van unidirectioneel materiaal	12
1.7. Specifieke stijfheid en specifieke sterkte	18
1.8. Reële waarden voor stijfheid en sterkte van vezelversterkte kunststoffen	19
2. Continuümmechanica van homogene, anisotrope materialen	25
2.1. Spanningen en vervormingen in verkorte notatie	25
2.2. Spannings- en vervormingsleer in tensornotatie	28
2.3. De algemene wet van Hooke	36
2.4. Specifieke vormveranderingsarbeid	37
2.5. Materiaalsymmetrie: orthotropie en transversale isotropie	39
2.6. Technische constanten	44
2.7. Grenzen voor de technische constanten	50
3. Continuümmechanica van orthotrope lagen	53
3.1. Vlakspanningstoestand	53
3.2. Transformatie in de vorm van rotatie in het vlak van de laag	55
3.3. Het cyclische karakter van de gereduceerde stijfheidsconstanten	61
4. Modellen voor de composietstijfheden	65
4.1. Statistische homogeniteit	65
4.2. Effectieve elasticiteitsconstanten	68
4.3. Effectieve elasticiteitsconstanten bij transversale isotropie	73
4.4. De toepassing van minimum-energieprincipes	76
4.5. Vergelijking van heterogeen materiaal met homogeen materiaal	85
4.6. Andere sets stijfheidsformules voor u.d. vvk's en dispersies	87
4.7. Onderlinge vergelijking	98
5. Fysische eigenschappen van vezelversterkte kunststoffen	101
5.1. Expansie ten gevolge van veranderingen in de omgeving	101
5.2. Transportverschijnselen in vezelversterkte kunststoffen	108
6. Breukcriteria voor vezelversterkte kunststoffen	112
6.1. Breukcriteria voor orthotrope materialen	112
6.1.1. Lineaire breukcriteria	112
6.1.2. Kwadratische breukcriteria	118
6.1.3. Het tensorieel breukcriterium	124
6.1.4. Hybride breukcriteria	126
6.2. Onderlinge vergelijking van de verschillende breukcriteria bij VST	128

6.3. Nabeschouwing	131
7. Bezwijkmechanismen	133
7.1. De spanningsverdeling rond een scheurtip	133
7.2. Scheurgroei bij brosse materialen	139
7.3. De krachtoverdracht tussen een korte vezel en de matrix	150
7.3.1. De shear-lag-theorie voor een enkele korte vezel	151
7.3.2. De slip-theorie voor een enkele korte vezel	155
7.3.3. De pull-out-proef en de fragmentatieproef	158
7.4. Bezwijkmechanismen bij u.d. vvk	161
8. De klassieke laminatentheorie	165
8.1. Inleiding tot de klassieke plaattheorie	165
8.2. De laminatentheorie	169
8.3. De stijfheidsanalyse van een laminaat	176
8.4. Hygrothermische effecten	178
8.5. De sterkteanalyse van een laminaat	181
9. De invloed van de opbouw van een laminaat	189
9.1. Bijzondere stijfheidseffecten	189
9.2. De verschuivingstelling	194
9.3. Bijzondere opbouw van laminaten	196
9.4. De technische constanten van een ontkoppeld laminaat	203
9.5. Thermische uitzetting van een vlak quasi-isotropo laminaat	206
9.6. Interlaminare spanningen aan de vrije randen	208
9.7. Aanbevelingen voor de opbouw van een laminaat	211
10. Het optimaliseren tijdens het ontwerpen	213
10.1. Het eerste concept van een laminaat	213
10.2. Wiskundig optimaliseren	216
10.3. Specifieke stijfheids- en sterktewaarden	223
11. Tijdsafhankelijk gedrag van vezelversterkte kunststoffen	229
11.1. Lineair visco-elastisch gedrag	229
11.1.1. Lineaire visco-elasticiteit	229
11.1.2. Kruip	231
11.1.3. Relaxatie	234
11.1.4. Verband tussen kruip en relaxatie	235
11.1.5. Quasi-elastisch gedrag	237
11.2. Visco-elasticiteit bij vvk laminaten	237
11.2.1. Een u.d. lamel	237
11.2.2. Laminaten	240
11.3. Vermoeiing	240
11.3.1. Wöhler-krommen	241
11.3.2. Breukcriteria voor vermoeiing	244
11.3.3. Geaccumuleerde vermoeiingsschade	246
11.3.4. Bedrijfszekerheid	250



12. Toepassingsvoorbeelden	253
12.1. Weefselversterking	253
12.1.1. Een symmetrische weefselversterkte laag, opgevat als homogene laag	253
12.1.2. Een symmetrische weefselversterkte laag, opgevat als laminaat	256
12.1.3. Een asymmetrische weefselversterkte laag	258
12.2. Bladveren	261
12.2.1. Een veer: accumulator van elastische energie	261
12.2.2. Vezelversterkte kunststof als (blad)verenmateriaal	265
12.2.3. Een bladveer met rechthoekige dwarsdoorsnede	266
12.3. Vliegwielen	270
12.3.1. De energie-inhoud van isotrope vliegwielen	271
12.3.2. Vliegwielen uit vvk	274
12.3.3. Prototypen van vvk vliegwielen	278
A1. Appendices bij hoofdstuk 4	283
A1.1. De formule van Eshelby	283
A1.2. Het variatieprincipe van Hashin en Shtrikman	288
A2. Appendices bij hoofdstuk 7	292
A2.1. De oplossing van een bipotentiaalvergelijking	292
A2.2. Spannings- en verplaatsingsveld rond een scheurtip in een plaat	294
Literatuur	297
Index van onderwerpen (met Engelse vertaling van de trefwoorden)	299
Index van (de meest gebruikte, specifieke) symbolen	310

# 1 Inleiding

## 1.1. De anisotropie van vezelversterkte kunststoffen

In de technische sector worden voor het materialiseren van een ontwerp veelal homogene, isotrope materialen gebruikt, en dan voornamelijk metalen. *Homogeen* betekent dat het materiaal in elk punt dezelfde eigenschappen heeft; deze zijn dus plaatsonafhankelijk. *Isotroop* wil zeggen dat de eigenschappen richtingsonafhankelijk zijn.

De in de natuur groeiende constructiematerialen als vezels, hout en been, zijn in het algemeen niet homogeen en isotroop. Zij hebben een structuur die in groeirichting andere eigenschappen aan het materiaal verleent dan in richtingen dwars erop. Zo is in hout een in de groeirichting georiënteerd vaatstelsel te onderkennen, en bestaan de celwanden ervan uit kruislings op elkaar liggende lagen van evenwijdige vezels in een inbeddingsmateriaal.

Daardoor geïnspireerd worden steeds meer *composietmaterialen* ontwikkeld en toegepast. Hieronder worden materialen verstaan die zijn samengesteld uit ten minste twee verschillende, duidelijk onderscheiden componenten. Deze materialen zijn dus *heterogeen* van structuur: plaatselijk bevindt zich of de ene component of een andere; de eigenschappen zijn *plaatsafhankelijk*.

Als er sprake is van twee componenten, dan fungeert de ene component meestal als inbeddingsmateriaal en wordt daarom *matrix* genoemd. De andere component dient ter versterking van de matrix. Naar de vorm kan er bij het versterkingsmateriaal onderscheid worden gemaakt tussen partikels en vezels. De partikels hebben afmetingen kleiner dan 50  $\mu\text{m}$ , waarvan er in het algemeen geen overheerst (bol, kubus, viervlak, of daarop gelijkend), behalve bij plaatjes. Daarom zijn de partikelversterkte materialen meestal ook isotroop. Maar bij een vorm als die van plaatjes kan er *anisotropie* optreden, zoals bij coatings met aluminium plaatjes die parallel aan het oppervlak gaan liggen: de eigenschappen zijn dan *richtingsafhankelijk*.

Vezelversterkte materialen zijn opgebouwd uit vezels die zijn ingebed in een matrix. Diverse materialen kunnen als matrix worden toegepast: beton (met staalvezels), metalen (zoals aluminium met boronvezels), kunststoffen. De onderhavige materie blijft beperkt tot *vezelversterkte kunststoffen*; ook wel gewapende kunststoffen genoemd, al kan laatstgenoemde benaming een wijdere betekenis hebben en ook kunststoffen omvatten die met een vulstof versterkt zijn (in de vorm van een dispersie).

*Vezel* is de algemene benaming voor een constructie-element dat gekenmerkt wordt door zijn kleine afmetingen in de dwarsdoorsnede en zijn in verhouding daartoe grote lengte en daarmee gepaard gaande grote flexibiliteit. Een continue vezel wordt vaak *filament* genoemd. Een *monofilament* is een 'garen' dat slechts uit één, relatief dikke, filament bestaat. Een garen dat uit meerdere, vaak zeer vele, filamenten bestaat wordt *multifilamentgaren* genoemd.

De meest bekende vezelsoorten ter versterking van kunststoffen zijn glas-, koolstof- en aramidevezels. De diameter van deze vezels ligt in de orde van 10  $\mu\text{m}$ . Ter vergelijking: een mensenhaar is een factor 10 dikker. Voor het opnemen van de mechanische belasting vormen de vezels de belangrijkste component van het composietmateriaal.

De matrix zorgt voor het onderlinge, stijve verband, beschermt de vezels tegen mechanische en chemische aantasting en draagt in meer of mindere mate belasting over van de ene vezel op de andere. Daarvoor is een goede hechting tussen vezels en matrix van wezenlijk belang.

De als matrix in gebruik zijnde kunststoffen kunnen globaal worden onderscheiden in twee groepen: thermoharders en thermoplasten.

*Thermoharders* (harsen) harden, na menging in de vloeibare fase, uit door netwerkvorming (Eng. *cross-linking*). Bij te hoog oplopende temperaturen verbrost de uitgeharde hars en valt uiteen. Voorbeelden ervan zijn onverzadigde polyesterharsen en epoxyharsen.

*Thermoplasten* daarentegen bestaan gewoonlijk uit lange ketenmoleculen. Zij verweken bij toenemende temperatuur, worden dan plastisch. Dit proces is reversibel: bij afkoelen worden ze weer stijf. Voorbeelden zijn polypropreen en polyamide.

Er wordt hier uitgegaan van langvezelige versterking, waarbij de vezeloriëntatie een wezenlijke rol speelt in het gedrag van de vezelversterkte kunststof (vvk). En wel in een zodanige mate dat het zaak is om de vvk er zelf voor te ontwerpen.

De richtingsafhankelijkheid blijft niet alleen beperkt tot de mechanische eigenschappen, maar strekt zich uit tot vele andere fysische eigenschappen. Een beknopt overzicht:

- *vormverandering*      ten gevolge van mechanische belasting: stijfheid;  
t.g.v. temperatuurverandering: thermische expansie;  
t.g.v. opname van vloeistof: zwellings;
- *transport*              elektrische geleiding;  
diffusie van gas of vloeistof;
- *geleiding*                van warmte: warmtegeleidingscoëfficiënt;  
magnetisch veld: magnetische permeabiliteit;  
elektrisch veld: diëlektrische constante;
- *bezwijken*                t.g.v. mechanische belasting: sterkte;  
t.g.v. verschil in thermische uitzetting.

De mathematische beschrijving van het stijfheidsgedrag van een composietmateriaal blijkt ook bruikbaar te zijn voor de beschrijving van het gedrag met betrekking tot andere richtingsafhankelijke eigenschappen.

## 1.2. Kort historisch overzicht

De mens maakt composietmaterialen sedert hij de wanden van zijn uit takken gevlochten hut dichtsmeedde met leem. Het gebruik van stenen in de vorm van gedroogde mengsels van *stro en leem* was in de oudheid wijd verspreid: bij zowel Chinezen als Egyptenaren en Israëlieten. De functie van het stro was tweeledig: waterafvoer om tot in de kern te drogen, en versterking om ook bij scheurvorming voor verband te zorgen. De Egyptenaren lijmde *fineerlagen* op elkaar om de sterkte van het hout te verhogen en de gevolgen van zwellen en krimpen tegen te gaan. Er is daarvan een

vondst bekend uit ca. 1500 v. Chr. In het graf van Toetanchamon (ca. 1350 v. Chr.) zijn *composietbogen* gevonden die zijn opgebouwd uit op elkaar gelijmde dierlijke pezen en houtlagen. Soortgelijke gelamineerde bogen zijn ook aangetroffen bij de Mongolen. Andersoortige gelamineerde structuren heeft men gevonden bij ceremoniële zwaarden uit het Oude China en Japan: daarbij zijn bewerkt ijzer en staal op elkaar gesmeed.

De geschiedenis van vezelversterkte kunststoffen is echter vrij recent; lit.: [34]. Het kunststoftijdperk laat men aanvangen in 1868, toen John Wesley Hyatt in de USA het *celluloid* ontwikkelde. Het beginpunt van de vezelversterkte kunststoffen ligt in 1907. In dat jaar vroeg Leo H. Baekeland, een beroemd uitvinder van Belgische origine, in de USA patent aan op een proces waarbij de reeds bekende reactie van phenol en formaldehyde zodanig werd beheerst, dat op een gewenst ogenblik een versterkingsmateriaal, zoals zaagsel, weefsel, papier of ander vezelmateriaal, kon worden toegevoegd, en na het harden een zeer bruikbaar isolatiemateriaal werd verkregen. In 1909 werd het patent verleend, in 1922 de merknaam *bakelite* geïntroduceerd.

In 1913 vroeg Daniel J. O'Connor een Amerikaans patent aan – dat pas in 1918 werd verleend – voor de vervaardiging van het zogenoemde *formica*. Het vervaardigingsproces bestaat uit het wikkelen van papier, dat vóór het wikkelen wordt gedrenkt in hars; de niet-geharde buis wordt doorgesneden, vlak gedrukt en tijdens het persen uitgehard tot een vlakke plaat. In eerste instantie werd formica gebruikt ter vervanging van mica voor elektrische isolatiedoelinden, vandaar de naam.

In de werktuigbouw werden in het begin van de dertiger jaren van de afgelopen eeuw tandwielen, vervaardigd uit met linnen of katoenen weefsels versterkte phenolhars (*celleron*), in grote aantallen gebruikt voor de overbrenging van krukas naar nokkenas in automobielmotoren om het lawaai te reduceren.

Van oudere datum is de wefselfersterking van rubber. In 1845/6 ontwikkelde en octrooieerde de Schot R.W. Thomson een *luchtband* voor rijtuigen, overigens zonder veel commercieel succes. In 1887 vond John Boyd Dunlop, eveneens een Schot, de luchtband opnieuw uit, verbeterde deze en verkreeg er in 1888 octrooi op. In datzelfde jaar werd de eerste luchtbandenfabriek gesticht. Deze banden waren voor rijwielen bestemd.

De exponentiële groei van het gebruik van vezelversterkte kunststoffen begon in 1940. Voor het beschermen van radarantennes in militaire vliegtuigen werden “radar domes” (afgekort tot *radomes*) ontwikkeld uit *onverzadigde polyester versterkt met glasvezels*. Deze koepels bleken bestand tegen de aerodynamische belastingen en extreme weersinvloeden, én – daar ging het om – ze waren doorlaatbaar voor radarstraling.

In 1944 vloog het eerste vliegtuig (een BT-15) met een vezelversterkte kunststof romp.

Na de tweede wereldoorlog werden de glasvezelversterkte kunststoffen in de burgermaatschappij geïntroduceerd. De toepassing ervan bleef stijgen: boten, automobielen, vrachtwagens, bussen, opslagvaten, materialen in de elektroindustrie, pijpleidingen, drukvaten, windmolenwieken. En niet te vergeten in de sportsector: polsstokken, vishengels, ski's, zeiljachten en motorboten, zeilplanken, hockeysticks, tennisrackets, enzovoort.

Tegelijkertijd breidde het aantal materialen, waarvan composieten (kunnen) worden gemaakt, zich gestaag uit. Naast de glasvezel kunnen hier genoemd worden de *koolstofvezel* en de *aramidevezel*. Deze vezels worden weer in verschillende typen,

*longitudinale richting* genoemd, aangeduid met subscript  $L$ ; een richting loodrecht daarop *transversale richting*, onderscheiden met subscript  $T$ .

Wordt zo'n staaf in lengterichting getrokken, dan wordt zowel de filamenten als de omhullende matrix eenzelfde longitudinale rek opgelegd: filamenten en matrix vervormen in dit geval gezamenlijk. Deze situatie kan worden beschreven met een *parallelmodel* (zie fig. 1.2). De door filamenten en matrix ingenomen oppervlakken in de dwarsdoorsnede zijn constant en respectievelijk aangeduid met  $A_f$  en  $A_m$ . In longitudinale richting wordt een kracht  $F$  uitgeoefend; deling door de totale oppervlakte van de dwarsdoorsnede,  $A_f + A_m$ , levert de globale (of gemiddelde) longitudinale spanning,  $\sigma_L$ . De totale kracht is op te vatten als de som van de kracht in de filamenten,  $F_f$ , en die in de matrix,  $F_m$ . Dus:

$$F = \sigma_L(A_f + A_m) = F_f + F_m = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m. \quad (a)$$

Voor de longitudinale spanning geldt zodoende de mengselregel

$$\sigma_L = \frac{A_f}{A_f + A_m} \sigma_f + \frac{A_m}{A_f + A_m} \sigma_m = v_f \sigma_f + v_m \sigma_m. \quad (b)$$

Omdat de dwarsdoorsneden steeds identiek zijn, zijn de oppervlaktefracties gelijk aan de volumefracties!

Er wordt aangenomen dat de verschillen in dwarscontractie tussen filamenten en matrix mogen worden verwaarloosd (!). Dan mag worden verondersteld dat zowel in de filamenten als in de matrix een lijnspanningstoestand heerst.

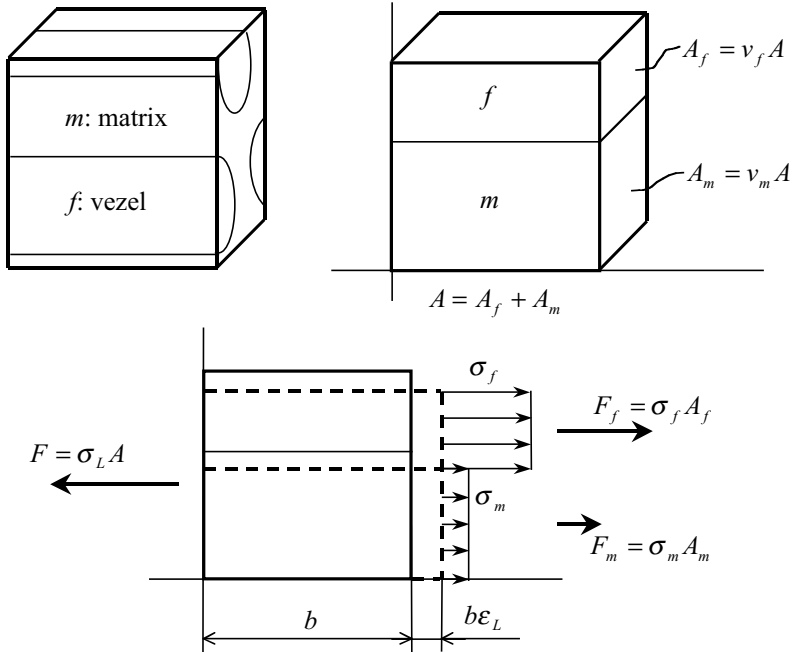


Fig. 1.2. Parallelmodel voor in longitudinale richting belaste unidirectionele vezelversterkte kunststof.